

Odhad stavu se stavovým modelem

- stavový lineární model se známými parametry
- simulovaná data

V programu se provádí simulace se stavovým modelem a g generovaného vstupu a výstupu se pomocí Kalmanova filtru průběžně odhaduje stav. Kalmanův filtr je realizován procedurou

$$[x, xf, rx, yp]=\text{Kalman}(x, yt, ut, M, N, F, A, B, G, rw, rv, rx)$$

kde x je přepočítávaný stav, xf je výsledný odhad stavu v daném čase, rx je přepočítávaná kovariance stavu, yp je predikce výstupu, yt a ut jsou data, M, N, F, A, B, G jsou parametry stavového modelu, rw a rv jsou kovariance stavu a šumu ve stavovém modelu.

Použitý model má tvar

$$\begin{aligned}x_{t+1} &= Mx_t + Nu_t + F + w_t \\y_t &= Ax_t + Bu_t + G + v_t\end{aligned}$$

kde x_t je v programu označen jako xf

Předpoklady: Známe parametry modelu, linearita modelu

Sci značení: $x_{t-1}/x_t/x_{t+1}$ - x , x_t - xf , (ostatní viz Kalmanův filtr nahoře)

Úloha: Odhad neznámé veličiny, filtrace zašuměného signálu.

Poznámka

Pro správný start odhadování je důležité správné nastavení kovariančních matic. Matice rw se nastavuje většinou jako diagonální s velkými čísly na diagonále ($10^3 - 10^5$). Kovarianční matice rw a rv by měly odpovídat kovariančním maticím šumů w_t a v_t z modelu. POZOR: nejsou to kovarianční matice stavu a výstupu ale jejich poruch. Na správném nastavení těchto matic velmi záleží celý odhad.

Doporučené experimenty

1. Měňte parametry stavového modelu pro simulaci a sledujte, kdy je odhad stavu obtížný.
Poznámka
Jestliže matice $[A, AM, AM^2, \dots, AM^{n-1}]$, kde n je dimenze stavu, má hodnotu menší než n , pak systém je tzv. nepozorovatelný a stav nelze odhadnout.
2. Měňte rozptyly šumů rw a rv . Pro velké rozptyly bude odhad méně přesný.
3. Měňte počáteční kovarianční matici rx . Nastavená hodnota 1000 na diagonále znamená, že Kalmanovu filtru necháváme volnost v jeho odhadu z dat. Pro menší diagonálu odhad tzv. "utahujeme", tj. dáváme větší váhu počátečním podmínkám. Tím se ale odhad stabilizuje - snižuje se nebezpečí, že nějaká hodně chybná data na začátku celý odhad rozhodí natolik, že nekonverguje.

Program

```
// Estimation of state variable with KF
[u,t,n]=file();           // find working directory
chdir(dirname(n(1)));     // set working directory
clear("u","t","n")      // clear auxiliary data
exec("ScIntro.sce",-1),mode(0) // intro to sesion

nd=100;                   // number of data

// State-space model
Fil.Cy.rw=.1*eye(2);     // state covariance
Fil.Cy.rv=.01;           // output covariance
Fil.Cy.rx=1000*eye(2);  // state estimate covariance
Fil.Cy.M=[.2 .1;        // state-space
          .2 .4];       // model
Fil.Cy.N=[1; -1];       // parameters
Fil.Cy.F=[1; -1];       // "
Fil.Cy.A=[1 0];         // "
Fil.Cy.B=1;              // "
Fil.Cy.G=2;             // parameters

// declarations
xt=zeros(2,nd);         // state declaration (initial state)
x=zeros(2,nd);          // initial state estimate
ut=zeros(1,nd);         // input
yt=zeros(1,nd);         // output
yp=zeros(1,nd);         // output prediction
rw=Fil.Cy.rw; rv=Fil.Cy.rv; rx=Fil.Cy.rx; // KF covariances
M=Fil.Cy.M; N=Fil.Cy.N; F=Fil.Cy.F;      // state model parameters
A=Fil.Cy.A; B=Fil.Cy.B; G=Fil.Cy.G;      // output model parameters

// TIME LOOP
for t=2:nd
    // simulation
    xt(:,t) = M*xt(:,t-1)+N*ut(t)+F+rw*rand(2,1,'norm');
    yt(t)    = A*xt(:,t) + B*ut(t)+G+rv*rand(1,1,'norm');
    // estimation
    [x(:,t),rx,yp(t)]=...
        Kalman(x(:,t-1),yt(t),ut(t),M,N,F,A,B,G,rw,rv,rx);
end
Fil.Cy.ut=ut;
Fil.Cy.yt=yt;
Fil.Cy.xt=x;

// RESULTS
s=1:nd;
subplot(311),plot(s,xt(1,s),s,x(1,s))
set(gca(),"data_bounds",[1,nd,0 2]);
```

```
title('First state and its estimate')
subplot(312),plot(s,xt(2,s),s,x(2,s))
set(gca(),"data_bounds",[1,nd,-2 1]);
title('Second state and its estimate')
subplot(313),plot(s,yp(s),s,yt(s))
set(gca(),"data_bounds",[1,nd,2 4]);
title('Output and its prediction')
set(gcf(),"position",[500 50 600 500])
// Note: xf is the result of state estimation (not x)
// at time t, xf(t) is the result. x(t+1) aims at the next time

save _data/dataT44.dat Fil
```