

Poděbrady 2019

Finanční matematika v běhu dvacátého století

Martin Melcer

Téma

- Budeme se věnovat rozsahu a úrovni výuky finanční matematiky na českých školách.

Reformy školství

- Exner-Bonitzova reforma (1849)
- Zákon o obecném školství (1869)
- Meranský program (1905)
- Marchetova reforma (1908)
- Malý školský zákon (1922)
- Školská reforma (1933)
- Zákon o jednotné škole (1948)

Reformy školství

- Školský zákon (1953)
- Nový školský zákon (1960)
- Nový Nový školský zákon (1968)
- Nová koncepce (1976)
- Nový Nový školský zákon (1978)
- Nový systém RVP (2004)

Finanční matematika v osnovách matematiky

1

- Závěrečné období Rakousko-Uherské monarchie
- (udržování vysokého standardu 1900–1918)

2

- První republika
- (rozvoj kvalitního dědictví 1918–1939)

3

- Protektorát Čechy a Morava
- (likvidace české inteligence 1939–1945)

4

- Poválečná léta
- (návrat k předválečným hodnotám 1945–1953)

- Období socialismu
- (devastace finanční matematiky 1953–1989)

5

- Vývoj po Sametové revoluci
- (renesance finanční matematiky 1989–současnost)

Obsah existenčního minima finanční matematiky

- procenta
- úročení
- jednoduché úročení
- složené úročení
- spoření
- důchod
- úvěr
- umořovací plán

Období 1900–1918

Finanční matematika byla
nedílnou součástí osnov
matematiky!

Finanční gramotnost

Požadavky z oblasti obchodu, finanční a pojistné aritmetiky kladené na běžného občana naší republiky na počátku 20. století:

každý měl být schopen

- ukládat peníze a vypočítat si úrok z nich plynoucí;
- vypočítat budoucí hodnotu dlouhodobého pravidelného střeďání;
- sestavit umořovací plán;
- vypočítat vstupní hodnotu a stanovit základ důchodu;
- pracovat bravurně s procenty.

Náplň kapitol o finančnictví

- jednoduché úrokování
- složené úrokování
- úrokování předlhůtní a polhůtní
- pravidelné vkládání (spoření)
- důchod stálý a dočasný
- důchod bezprostřední a odložený
- umořování dluhu
- sestavování umořovacích plánů

Náplň kapitol o finančnictví

- splácení obligací (dluhopisů)
- zdánlivá a skutečná výnosnost
- ...

Výběr učebnic

- rok 1909: *Počtenice pro školy obecné, stupeň vyšší* (Fr. Močnik);
- rok 1910: *Počtářství na českých školách měšťanských v úlohách* (L. Fryček);
- rok 1914: *Pátá počtenice pro třídy s 6., 7. a 8. školním rokem na školách víceřád-ních* (J. Kozák);
- rok 1916: *Pátá počtenice pro obecné školy víceřádní, 5. školní rok* (A. Matolín);

Výběr učebnic

- rok 1910-11: *Arithmetika pro I. třídu středních škol; pro II. třídu středních škol; pro III. třídu středních škol* (L. Červenka);
- rok 1910-11: *Arithmetika pro nižší třídy škol středních, díl I., díl II., díl III.* (R. Bendl, J. Muk);
- rok 1911: *Arithmetika pro VI. a VII. třídu gymnasií a reálných gymnasií* (B. Bydžovský);
- rok 1911: *Arithmetika pro V. až VII. třídu škol reálných* (B. Bydžovský);

Výběr učebnic

- rok 1912: *Mathematika pro nejvyšší třídu reálek* (B. Bydžovský, J. Vojtěch);
- rok 1912: *Sbírka úloh z matematiky pro vyšší třídy středních škol* (B. Bydžovský, J. Vojtěch);
- rok 1911: *Arithmetika v úlohách pro ústavy učitelské* (K. Domin);
- rok 1908: *Arithmetika pro ústavy ku vzdělání učitelů a učitelek, s přílohou: Úlohy k arithmetice* (V. Posejpal);
- rok 1905: *Algebra a politická arithmetika pro vyšší školy obchodní. Díl III. Arithmetika finanční* (A. Pižl).

Období 1918–1939

Školství po 28. říjnu 1918

- Nové učební metody.
- Rovnoprávnost chlapců a dívek.
- Zřízení rodičovského sdružení.

- Zrušení úlev v docházce.
- Zakládání mateřských škol.
- Sjednocení všech typů škol.

- Celková stabilizace školství.

Školství po 28. říjnu 1918

- Zachování struktury:
 - * obecné školy;
 - * měšťanské školy;
 - * střední školy;
 - * odborné školy;
 - * vysoké školy.
- Obrození osnov, učebních metod, přerod většinových německých škol na české.

Školství po 28. říjnu 1918

- Rozkvět vysokých škol:
- nové
- Masarykova univerzita v Brně
- Univerzita Komenského v Bratislavě
- Vysoká škola zvěrolékařská v Brně
- Vysoká škola zemědělská v Brně
- změny názvu
- Univerzita Karlova v Praze
- České vysoké učení technické v Praze

Počtenice a učebnice pro měšťanské školy

- minimální teorie
- základní vzorce
- řešené příklady s komentářem
- úlohy z reálného života

Učebnice a sbírky pro střední školy

- stručná a přehledná teorie
- odvozování vzorců
- řešené příklady s podrobným komentářem
- některé úlohy zaměřeny na určitý typ procvičování, čísla ne vždy odpovídají reálné situaci

Učebnice a sbírky pro střední školy ekonomického zaměření

- podrobná teorie
- kompletní odvozování vzorců
- práce s tabulkami (úročitelé, odúročitelé, střadatelé, umořovatelé, ...)
- procvičování na „hezkých“ číslech
- úlohy z reálného života i „umělé“

Základní témata

- Úrokový počet
 - Počet důchodový
 - Počet umořovací
 - Částečné obligace splatitelné
 - Půjčky loterní a praemiové a jejich slosovací a výherní plány
-
- úrokování předlhůtní i polhůtní
 - tabulky, vzorce

Výběr učebnic

- rok 1926: *Počtenice pro horní stupeň obecných škol* (A. Matolín);
- rok 1923: *Počtenice pro pražské školy občanské, díl II., díl III.* (K. Jon, A. Maxová);
- rok 1924: *Počtenice pro školy měšťanské, díl IV.* (K. Jon, A. Maxová);
- rok 1931-33: *Aritmetika pro nižší třídy škol středních, díl I., díl II., díl III.* (J. Muk);

Výběr učebnic

- rok 1920: *Aritmetika pro IV.–VII. třídu škol středních, díl druhý* (B. Bydžovský);
- rok 1933: *Aritmetika pro IV třídu středních škol* (B. Bydžovský a kol.);
- rok 1935: *Aritmetika pro V.–VII. třídu škol středních* (B. Bydžovský a kol.);
- rok 1936: *Sbírka úloh z matematiky pro IV.–VIII. třídu středních škol* (B. Bydžovský a kol.);
- rok 1924–6: řada učebnic *Aritmetiky pro třídy reálék* (J. Muk);

Výběr učebnic

- rok 1924–7: řada učebnic *Aritmetiky pro třídy gymnasií a reálných gymnasií* (J. Muk);
- rok 1927: *Aritmetika pro sedmou třídu gymnasií a reálných gymnasií* (J. Muk);
- rok 1935-37: *Aritmetika pro učitelské ústavy. Díl první, Díl druhý, Díl třetí* (A. Říha);
- rok 1936: *Aritmetika v úlohách ke zkouškám z II. a III. odboru měšťan-ských škol, pro žactvo střed. škol a učitelských ústavů* (M. Ostrý).

Období 1939–1945

Protektorát Čechy a Morava

- Zbytek našeho území okupované nacistickým Německem.
- Byl vytvořen 16. března 1939 na území českých zemí zbylém po odstoupení Sudet.
- Trval do německé kapitulace.
- Nucená správa či plná kontrola ze strany Německa všech hospodářských sektorů.

Protektorát Čechy a Morava

- Uzavření vysokých škol.
- Snaha o celkovou germanizaci a zničení české inteligence.
- Minimum nových českých učebnic. (významnější jen pro nižší stupeň středních škol)

Výběr učebnic

- rok 1939: *Mladý počtář – Početnice pro 6. až 8. postupný ročník českých škol obecných* (kolektiv členů Početního sdružení);
- rok 1940: *Z říše čísel – Pracovní kniha počtů pro měšťanské školy, díl III.* (K. Rakušan);
- rok 1943: *Aritmetika pro II. třídu středních škol* (E. Čech);
- rok 1943: *Početnice pro II. třídu měšťanských škol (7. postupný ročník); Početnice pro III. třídu měšťanských škol (8. postupný ročník)* (kolektiv členů Početního sdružení).

Období 1945–1953

Období 1953–1989

Snaha o zachování rozsahu
výuky finanční matematiky po
druhé světové válce!

Od roku 1945 do roku 1952

Desítky nových učebnic aritmetiky,
sbírek příkladů a matematických
přehledů

pro

- základní školy
- měšťanské školy
- střední školy
- gymnázia

- Jan Bílek (1907 – 1972)
- Bohumil Bydžovský (1880 – 1969)
- Eduard Čech (1893 – 1960)
- Otokar Maška (1886 – 1977)
- Metoděj Ostrý (1888 – 1974)
- Anton Dubec (1906 – 1975)
- Josef Kroupa (1910 – 1975)
- Ján Štalmašek (1905 – 1965)

Po roce 1953 úlohy s finanční tematikou téměř zanikly

- Největší důvody:
 - ideje komunistické vlády
 - měnová reforma v roce 1953

Úlohy procvičující posloupnosti

- Klesající počet úloh
 - s finanční tematikou
- Rostoucí počet úloh
 - s průkopníky a úderníky
 - z oblasti zemědělství
 - z oblasti průmyslu
 - z oblasti fyziky
 - z oblasti biologie

Výběr učebnic

- rok 1947: *Příručka kupecké, finanční a pojistné aritmetiky, II. část* (J. Ježek);
- rok 1948: *Sbírka příkladů z matematiky pro střední školy* (J. Vlček);
- rok 1948: *Matematika III. (Učební text pro III. ročník obchodních akademií)* (V. Seliger);
- rok 1949: *Aritmetika pro II. třídu středních škol* (E. Čech);
- rok 1951: *Matematika pro třetí třídu gymnasií* (E. Čech a kolektiv);
- rok 1951: *Přehled matematiky* (O. Maška);
- rok 1951: *Aritmetika pro druhou třídu středních škol* (E. Čech a kolektiv);

Výběr učebnic

- rok 1951: *Aritmetika pro druhou třídu středních škol* (E. Čech a kolektiv);
- rok 1952: *Učební texty pro aritmetiku, III. část* (R. Zelinka);
- rok 1953: *Matematika pro I. ročník strojnických škol* (J. Huka, V. Jozífek);
- rok 1954: *Matematika pro šestý postupný ročník* (J. Kroupa, K. Rakušan, A. Rakušanová, J. Vyšín);
- rok 1954: *Algebra pro devátý až jedenáctý postupný ročník* (J. Holubář a kolektiv);
- rok 1954: *Matematika, II. díl, Učební text pro průmyslové školy (čtyřleté studium)*, (J. Kabele a kolektiv);

Výběr učebnic

- rok 1954: *Matematika pro zemědělské technické školy, II. díl* (O. Hruška, V. Pelant);
- rok 1956: *Algebra pro jedenáctý postupný ročník* (J. Holubář, F. Hradecký, K. Hruša);
- rok 1957: *Algebra pro 9. – 11. postupný ročník všeobecnovzdělávacích škôl* (J. Holubář a kolektiv);
- rok 1957: *Matematika pro mimořádné způsoby studia na průmyslových školách (dvouleté studium)* (V. Jozífek, F. Hradecký, J. Huka);
- rok 1958: *Matematika pro odborná učiliště a učňovské školy I* (V. Hladovec, V. Jozífek, A. Kunc);

Výběr učebnic

- rok 1962: *Matematika pro studium pracujících na SPŠ* (V. Jozífek, F. Hradecký, J. Huka);
- rok 1963: *Opakování středoškolské matematiky* (T. Gál, A. Kamarýt);
- rok 1964: *Algebra pro střední školy pro pracující* (M. Jelínek);
- rok 1964: *Přehled elementární matematiky* (K. Hruša a kolektiv);
- rok 1965: *Matematika pro II. ročník SVVŠ – větev přírodovědná*, doplněk k základní učebnici (E. Kraemer a kolektiv);
- rok 1965: *Matematika pro III. ročník SVVŠ* (E. Kraemer a kolektiv);

Výběr učebnic

- rok 1965: *Matematika – příručka pro přípravu na VŠ* (V. Bruthans, A. Kejzlar);
- rok 1965: *Úlohy z elementární matematiky* (V. B. Lidskij a kolektiv);
- rok 1966: *Sbírka úloh z matematiky pro SPŠ a SZTŠ* (E. Kriegelstein a kolektiv);
- rok 1968: *Sbírka maturitních příkladů z matematiky* (P. Benda, B. Daňková, J. Skála);
- rok 1969: *Sbírka úloh z matematiky pro SVVŠ (gymnasia)* (F. Vejsada, F. Talafous);
- rok 1970: *Matematika pro I. a II. ročník SEŠ* (F. Nimrichter a kolektiv);

Výběr učebnic

- rok 1970: *Programovaná učebnice matematiky (aritmetika a algebra)* (Z. Opava);
- rok 1971: *Matematika pro I. a II. ročník studia absolventů SVVŠ (gymnázií) na středních ekonomických školách* (J. Zahradník);
- rok 1971: *Matematika pro II. ročník SPŠ a SZTŠ* (A. Pospíšil a kolektiv);
- rok 1978: *Matematika pro střední zdravotnické školy, II. díl* (V. Melicher, J. Ivanič, I. Lečko);
- rok 1978: *Sbírka úloh z matematiky pro střední ekonomické školy* (F. Nimrichter, L. Schramm, V. Topinka);

Výběr učebnic

- rok 1979: *Matematika pro střední pedagogické školy, III. díl* (J. Müllerová, V. Sýkora, O. Šedivý);
- rok 1979: *Matematika pro gymnázia, sešit 6 – část 2* (V. Sýkora a kolektiv);
- rok 1980: *Matematika pro gymnázia, sešit 8* (J. Šedivý a kolektiv);
- rok 1980: *Matematika pro II. ročník gymnázia* (J. Smida a kolektiv);
- rok 1981: *Zbierka úloh z matematiky pre 2. ročník experimentálnych gymnázií* (L. Boček a kolektiv);

Výběr učebnic

- rok 1983: *Zbierka úloh z matematiky pre 3. a 4. ročník experimentálnych gymnázií* (J. Smida, J. Šedivý);
- rok 1986: *Matematika pro SOŠ a studijní obory SOU, 8. část* (E. Porubská a kolektiv);
- rok 1987: *Matematika pro SOŠ a studijné obory SOU, 6. část* (O. Odvárko a kolektiv);
- rok 1989: *Matematika pro III. ročník gymnázií* (J. Smida);
- rok 1989: *Repetitorium elementární matematiky* (R. Muzikář);

Výběr učebnic

- rok 1962 – 1980: *Aritmetika pro sedmý ročník* (J. Taišl, J. Vojáček);
- rok 1958 – 1988: *Sbírka úloh z aritmetiky pro 5. až 7. ročník* (K. Kindl).

Období 1989–současnost

Renesance finanční matematiky po roce 1989

byla životní nutností z mnoha důvodů.

- Rozšíření nabídky produktů finančních ústavů – úvěry, leasing, investice, ...
- Rozvoj podnikání.

Nezbytná témata

- Úročení
- Složené úročení
- Spoření
- Důchod
- Úvěr
- Směnka
- Dluhopis

Výběr učebnic

- obchodní akademie:
Úvod do finanční matematiky (B. Eichler);
- střední odborné školy:
Hospodářské výpočty (B. Eichler);
- střední odborné školy a střední odborná učiliště:
Ekonomika, 5. díl (J. Mlčoch);
Posloupnosti a finanční matematika
(O. Odvárko);
- gymnázia:
Matematika – Posloupnosti a řady (O. Odvárko);

Výběr učebnic

- střední školy:
Úlohy z finanční matematiky (O. Odvárko);
Finanční matematika s kalkulačkami Casio
(O. Odvárko, J. Robová);
- příprava na vysokou školu ekonomickou:
Finanční matematika v příkladech (J. Radová; V.
Chýna, J. Málek);
- pro veřejnost:
Finanční matematika pro každého
(J. Radová, P. Dvořák, J. Málek);

Výběr učebnic

- *Sbírka úloh z matematiky pro ZŠ* (F. Běloun);
- *Sbírka úloh z matematiky pro 2. stupeň základní školy a nižší ročníky víceletých gymnázií, ARITMETIKA, ALGEBRA, FUNKCE* (P. Krupka);
- *Praktický průvodce finanční a pojistnou matematikou* (T. Cipra).

Ukázky úloh

OBDOBÍ 1900–1918

úlohy

- *Jistina byla uložena na 4% ve spořitelně; když spořitelna snížila úrokování na 3½ %, dala tato jistina o 75 K ročně méně než dříve; která to byla jistina?*

úlohy

- *Kolik K je uložiti do záložny úrokující pololetně 4 % muži 45letému, chce-li v 60. roce věku nabýti z uložené jistiny 2.000 K ročního důchodu?*

úlohy

- *Nač vzroste kapitál K 2000,- po 10 létech, byl-li uložen na 5 % p.a. a platilo-li se ročně $\frac{1}{4}$ % na správní výlohy?*

úlohy

- *Dluh K 10.000,- má se splatiti 20 ročními splátkami. Úroková míra 4 % p.a. anticipativně (předlůtně).*

úlohy

- *Kdosi uložil 2000 K, za rok na to 500 K, za 2 roky po tom 2000 K, za rok na to 3000 K, kolik bude míti uloženo koncem 6. roku:*
 - a) při 4¼ % p. a.,*
 - b) při 1¾ % p. s.,*
 - a c) při 1 % p. q.?*

úlohy

- *Kdy počne roční důchod 300,- K, který byl založen jistinou 6411,- K. Úroková míra 4 % p. a.*

úlohy

- *Jak velkým kapitálem lze založiti roční důchod K 100,-, který počíná koncem 5. roku a trvá 12 let? Úroková míra je 4½ % p. a.*

úlohy

- *Kapitál K 10.000,- umořuje se 9%ními ročními splátkami, z nichž prvá platí se až po 4 létech. Kolik splátek úplných a jak velká jest poslední neúplná splátka? Úroková míra $3\frac{1}{2}$ % p. a.*

úlohy

- *Který dluh splatí se 35 ročními annuitami K 1500,-*
 - a) při 4 ½ % p. a. anticip.*
(předhůtně),
 - b) při 5 ½ % p. a. anticip.?*

úlohy

- *Dluh 100,000.000 rozdělen je na 1,000.000 obligací po 100 K, zařaděných po 100 kusech do jedné série. Úrokování a umořování děje se půlletně annuitou K 2,500.000,-
Úroková míra 2 % p. s.*

úlohy

- *Půjčka 50,000.000 K jest rozdělena na 250.000 losů po 200 K a jest splatna v 60 půlletních tazích. Základ pro počítání annuity tvoří úroková míra $2\frac{1}{4}$ % p. s. Obnos věnovaný výhrám jest po celou dobu slosování týž.*
- Pozn.: Při umořovacím slosování:
 - prémie 2 K a poté vždy + 2 K;
 - zbylý obnos na výhry.

OBDOBÍ 1918–1939

úlohy

- *Kmotr uložil svému kmotřenci při narození 1000 Kč a každého půl roku mu přidal k tomu 100 Kč. a) Kolik mu takto ušetřil do jeho 20. roku při 4%ním úrokování pololetním? b) Kolik by mu byl musil uložit při jeho narození, aby měl ve 20 letech stejný kapitál?*
- *Zač byl dům, zaplacený splátkami 8000 Kč za 20 let při 4%ním úrokování celoročním?*

úlohy

- *Zahradník Kopeček zaplatil z výpůjčky 4 560 K úrok za 2 měsíce částkou 45,60 K. Na kolik % měl peníze vypůjčeny?*
- *Kdo začne spořiti v desíti letech a ukládá měsíčně 26 K 40 h na 4 % a vytrvá do 60 let, vzrostou mu úspory připsanými úroky na 50 000 K. Kolik K uloží, kolik K je úroků?*

úlohy

- *J. Svoboda se rozhodl podle přísloví. Lepší vrabec v hrsti než holub na střeše. Dluh 70 000 K, který mu měl být bezúročně splacen za 5 roků, zaplatil Číž již po 3 letech při 4% úrokování pololetním. Kolik K zaplatil? (Usuzuj podobně jako v předešlém údaji! Číž měl podle kupní smlouvy ještě 2 roky právo na užitek z jistiny 70 000 K. Dá tedy Svobodovi takovou jistinu, která uložena na 4 % pol. úr. za 2 roky vzroste právě na 70 000 K.)*

úlohy

- *Jistina 13 950 Kč je uložena z části na 5 %, z části na 4 %. Druhá část dává ročně úrok o 300 Kč větší než prvá.*
- *Kapitalista bral ročně 6 800 Kčs úroku. Když byla úroková sazba o $\frac{1}{2}$ % zvýšena, bral ročně o 850 Kčs víc.*
- *(Znění otázek není dáno, žák musí sám otázku položit.)*

úlohy

- *Kolik Kč vyplatí záložna za směnku na 3 000 Kč, která jí byla prodána 36 dní před dobou splatnosti s 6% diskontem? (Bez poplatku.)*
- *Jistina i s $3\frac{1}{2}\%$ úrokem za $\frac{1}{2}$ roku byla splacena částkou 7326 Kčs. Kolik Kčs byla jistina?*

úlohy

- Živnostník má na svém běžném účtu tyto záznamy: 15/7 vloženo 3500 Kčs; 1/9 vybráno 900 Kčs; 15/9 vloženo 2000 Kčs; 4/10 vybráno 1500 Kčs; 10/12 vloženo 4000 Kčs. Vypočítejte zůstatek vyúčtovaný k 31/12 při 4½ % úrokování při srážce 7 Kčs 20 h zúčtovaných výloh!

úlohy

- *Kolik Kč (na sta) musí uložit otec dceři při jejím narození do záložny, která úrokuje 2 % p.s., aby po dovršení 20. roku mohla dostat věno 30 000 Kč?*
- *Za kterou dobu vzrostl kapitál 5000 Kč při 4 % p.a. na 6000 Kč?*

úlohy

- *Otec uložil dítěti 2000 Kč a chce za 15 let pro ně nastřádat částku 25000 Kč. Kolik Kč (na celky) musí koncem každého roku přidávat při úrokování 4 % p.a.?*
- *Někdo uloží 50 000 Kč na 2 % p.s. a vybírá si koncem každého půlletí 400 Kč. Za kterou dobu se mu jistina přibližně zdvojnásobí?*

úlohy

- *Za kterou dobu vzrostl kapitál 1000 Kč při $\frac{3}{4}$ % p.q. na obnos 2000 Kč.*
- *Ukládá-li někdo vždy počátkem roku 200 Kč, jak velký jest jeho vklad po 15 letech a) při 4 % p.a., b) při 2 % p.s.?*

úlohy

- *Kdy začne půlletní důchod 600 Kč založený kapitálem 20 468,60 Kč při 1½ % p.s.?*
- *Jak velkým kapitálem lze založiti roční důchod 100 Kč, který počíná koncem 5. roku a trvá 12 let? Úroková míra je 4½ % p.a.*

úlohy

- *Umořovací plán půjčky v obnosu 500 000 Kč, zúročitelné 2½ % p.s. a splatné ve 20 letech 39 půlletními annuitami po 20 000 Kč (4% původního dluhu) a jednou (poslední = 40.) annuitou 14 480,87 Kč.*
- *Dluh 2 500 000 Kč má se umořiti v 10 letech ročními splátkami. Úroková míra 4½ % p.a. Vypočtete umořovací plán.*

úlohy

- *Dluh 2 000 000 Kč rozdělen jest na 10 000 obligací po 200 Kč a má se splatiti v 8 létech. Úroková míra 2 % p.s. Úroky vyplácejí se půlletně, slosování obligací děje se vždy až koncem roku.*

OBDOBÍ 1939–1945

úlohy

- *Vypočtěte úrok z jistiny 4758 K za 7 měsíců při úrokové míře $5\frac{3}{4}$ %.*
- *Za jakou dobu dá jistina 3694 K při $6\frac{1}{2}$ % úrokové míře úrok 220,10 K?*

OBDOBÍ 1945–1989

úlohy

- *Pomocí vyloženého vzorce vypočtete úrok z 21 734 Kčs za dobu od 17. června do 5. září při úrokové míře 5 %.*

úlohy

- *Jakým obnosem, vloženým počátkem prvního roku, se zajistí fond ročních 1000 Kčs splatných vždy na konci každého roku po dobu 10 let? (Úrokování 2 %.)*

úlohy

- *V SSSR bylo r. 1935 sklizeno 5,5 miliard pudů obilí, v r. 1937 už 7 miliard pudů. Vypočítejte průměrné roční procento růstu produkce v těchto letech. (1 pud = 16,38 kg)*

úlohy

- *Přiroste-li dřeva v lese každým rokem 2 %, za jak dlouho se stav dřeva zdvojnásobí?*

úlohy

- *Výroba vzrostla v prvním roce pětiletky o 7 %, v druhém o 10 %, ve třetím o 12 %, ve čtvrtém o 15 % a v pátém roce o 16 %. Jakému pravidelnému vzrůstu v % odpovídá tento nepravidelný vzrůst?*

úlohy

- *Jakou cenu má dnes pohledávka 50.000 Kčs splatná a) za rok; b) za pět let? Úrokování je 3 %.*

úlohy

- *JZD si vypůjčilo 100.000 Kčs a zavázalo se, že je splatí dvěma stejnými splátkami, z nichž první je splatná za dva roky a druhá za čtyři roky ode dne vypůjčení. Jak velké budou splátky při 2% složeném úrokování?*

úlohy

- *Světelný paprsek ztrácí při průchodu skleněnou deskou $1/15$ své jasnosti. Jaká je jasnost paprsku po průchodu pěti stejnými deskami?*

úlohy

- *V lese bylo odhadnuto 90 000 m³ stojatého dříví. Ročně přibývá 2 % dříví a kácí se 3 000 m³. Kolik dříví bude v lese po dvanácti letech?*

úlohy

- *Někdo má dluh Kčs 12.430 splatný za 3 roky. Zaplatí hotově Kčs 10.000 a zbytek chce zaplatit po roce. Kolik to bude při 5 % p.a.?*

úlohy

- *Někdo si ukládá do spořitelny po 15 let počátkem každého roku Kčs 600. Po uplynutí této lhůty chce nastřádanou částku vybrat v dalších 10 letech (počínaje počátkem 16. roku). Jaký bude jeho roční důchod při 4 % p.a.?*

OBDOBÍ 1989–současnost

úlohy

- *Jak velkou částkou splatí 4. září 1996 pan Marek půjčku Kč 12 000,-, kterou mu poskytl pan Nováček 1. 1. 1993 při úroku 9 % ročně?*

úlohy

- *Jak velkou zakládací jistinou si zajistíte měsíční důchod Kč 400,-, pobíraný počátkem měsíce, na dobu čtyř let při 9 % úroku ročně?*

úlohy

- *Sestavte umořovací plán pro půjčku Kč 160 000,-, poskytnutou na tři roky při 15% úroku p. a.*

úlohy

- *Podnikatel zaplatil úroky z půjčky poskytnuté na 9 % úroku ročně částkou Kč 15.000,-. Peníze měl půjčeny 240 dnů. Kolik korun činila půjčka?*

úlohy

- *Banka eskontuje klientovi směnku o hodnotě 100 000 Kč, započítává 42 dní do dne její splatnosti. Diskontní míra je 11 %, eskontní provize činí 0,05 % z hodnoty směnky. Kolik korun banka klientovi vyplatí?*

úlohy

- Úroková míra vkladu činí 3 %, úrokovací období je čtvrt roku; daň z úroku je 15 %. Vypočítejte efektivní úrokovou míru.

úlohy

- *Banka nabízí neúčelový spotřební úvěr ve výši 10 000 Kč na 48 měsíců s měsíční anuitou 265 Kč. Zjistěte s přesností na desetiny procenta příslušnou úrokovou míru.*

úlohy

- *Kolik musíme uložit, abychom za pět let a tři měsíce měli 100 000 Kč při úrokové sazbě 1,6 % p. a.? Úroky jsou připisovány jednou za rok, ponechány na účtu a dále úročeny.*

úlohy

- *Kolik uspoříme včetně úroků do konce roku, ukládáme-li počátkem každého měsíce 1 700 Kč při úrokové sazbě 2 % p. a. a měsíčním připisováním úroků.*

úlohy

- *Úvěr 40 000 Kč má být umořen polhůtními ročními anuitami za šest let při neměnné roční 5% úrokové sazbě. Určete výši anuity a sestavte umořovací plán.*

Ukázka počítání

Zúročitelná prémiová půjčka

- *Půjčka 20 000 000 Kč rozdělena jest na 100 000 losů po 200 Kč. Obligace opatřeny jsou ročními kupony à 5 Kč (2½ % p.a.) Půjčka je splatna ve 30 létech, losuje se jednou za rok. Annuita se vyšetří na základě úrokové míry 4 % p.a. Obligacím taženým při umořovacím tahu dostává se vesměs praemie 40 Kč.*

Půjčka

- 20 000 000,-
- Čas: 30 let
- Úroková míra: 4 % p.a.
- Zásobitel: $f_{(30)(4)}$

Obligace

- Kupón: 5,-
- Prémie: 40,-
- Los: 200,- (nominální hodnota)
- Výplaty: 240,-
- Počet kusů: 100 000
- Zúročení: $5/240 = 2 \frac{1}{12} \% \text{ p.a.}$
- Zásobitel: $f_{(30)(2 \frac{1}{12})}$

Zásobitelé

- Tabulky
- Logaritmy

Vzorce

- Úroková míra – i
- Počet úrokovacích období – n
- Diskontní faktor – v
- Zásobitel – a_n^i
- Umořovatel – $(a_n^i)^{-1}$

Vzorce

$$v = \frac{1}{1+i}$$

$$a_n^i = \frac{1-v^n}{i}$$

$$\frac{1}{a_n^i} = \frac{i}{1-v^n}$$

Zásobitelé

$$a_n^i = \frac{1 - v^n}{i}$$

$$v_1 = \frac{1}{1 + 0,04}$$

$$f_{(30)(4)} = a_{30}^{0,04} = \frac{1 - v_1^{30}}{0,04}$$

$$v_2 = \frac{1}{1 + (2 + 1/12) \cdot 0,01}$$

$$f_{(30)(2\ 1/12)} = a_{30}^{(2+1/12) \cdot 0,01} = \frac{1 - v_2^{30}}{(2 + 1/12) \cdot 0,01}$$

Zásobitelé

- Zásobitel 1 (pro půjčku)
- $f_{(30)(4)} = 17,292\dots$

- Zásobitel 2 (pro obligace)
- $f_{(30)(2 \frac{1}{12})} = 22,1419\dots$

Anuity

■ Anuita 1 $a_1 = \frac{20\,000\,000}{f_{(30)(4)}} = 1\,156\,600,-$

■ - úroky, umoření obligací, výhry

■ Anuita 2 $a_2 = \frac{24\,000\,000}{f_{(30)(2\,1/12)}} = 1\,083\,900,-$

■ - úroky, umoření obligací

Umořování

- Úroky: počet ještě neslosovaných obligací ($= \text{losů}$) $\times 5,-$
- Umoření:
zaokrouhleno na násobek 240
- Zaokrouhlení/240
= počet slosovaných obligací vyplacených po 240,-

Výhry

$$a_1 - a_2 = 72\,700,-$$

- Slosování: např. 600 cen
- 570 x 70,-
- 15 x 320,-
- 8 x 600,-
- 4 x 1700,-
- 2 x 3200,-
- 1 x 10000,-

Umořovací plán

rok	neslosované	úroky	na slosování	zaokrouhlení	slosováno
1	100 000	500 000	583 900	583 920	2433
2	97 567	487 835	596 065	596 160	2484
3	95 083	475 415	608 485	608 400	2535
4	92 548	462 740	621 160	621 120	2588
5	89 960	449 800	634 100	634 080	2642
6	87 318	436 590	647 310	647 280	2697
7	84 621	423 105	660 795	660 720	2753
8	81 868	409 340	674 560	674 640	2811
...

Děkuji za pozornost!

MMM