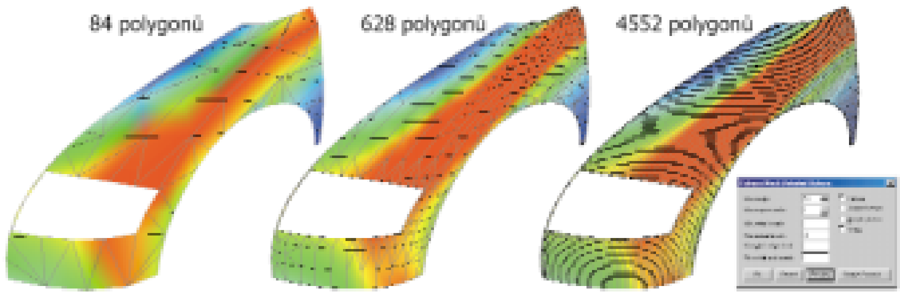
Učíme se modelovat ve Rhinu - 11. díl

Těšte se, přátelé, žhavení lebky zvané matematika bude dnes pokračovat. V decentně krotké podobě se opět dotkneme temných vod diferenciální geometrie, avšak jen zlehka, aby nás nestáhla pod hladinu nějaká masožravá derivace. Znovu budeme mluvit o křivosti, tentokrát se však zaměříme na plochy.



Analýza křivosti

V této části si vezmu částečně na pomoc text, který vysvětluje křivost ploch z matematického (a pro mne tudíž zcela nového) hlediska. Jeho autorem je sám velký Dale Lear z firmy McNeel. Nebojte se, budeme jenom sčítat, v nejhorším případě násobit (ty dvě odmocniny strategicky zamlčím).

Ve Rhinu 1.1 je několik příkazů, které vám umožní studovat křivost ploch. Na tomto PiXEL CD jsou umístěny soubory CurvatureSrf.3dm a CurvatureAnalysis.3dm, které vám pomohou k pochopení tohoto tématu. Výklad začneme nejdříve se souborem CurvatureSrf.3dm.

CurvatureSrf

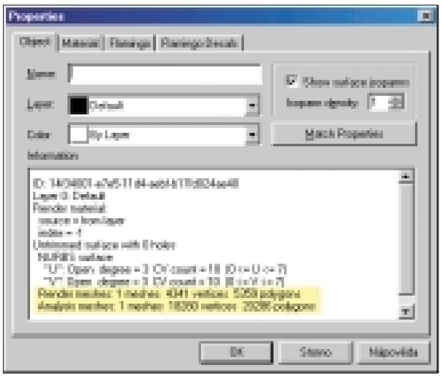
Příkaz CurvatureSrf má za úkol provést úplné a přesné vyhodnocení křivosti v daném bodě plochy a najdete ho v menu Analyze / Surface / Curvature Circle.

Podívejte se na obrázek dole. Jsou zde tři plochy a několik dvojic oblouků, které se jednotlivých ploch dotýkají. Oblouky jsou geometrickým výstupem zmíněného příkazu a indikují hlavní křivost ploch ve vybraných bodech, které jsou na obrázku naznačeny také (tyto body leží v průsečících dvojic oblouků). Příkaz CurvatureSrf navíc zobrazí v příkazovém řádku přesný matematický zápis, které vypadá následovně:

Surface curvature evaluation at parameter (s,t)
3d point: (x,y,z)
3d normal: (x,z,y)
maximum principal cuvature: k1 (K1x,K1y,K1z)
minimum principal curvature: k1 (K1x,K1y,K1z)
Gaussian curvature = g   Mean curvature = m

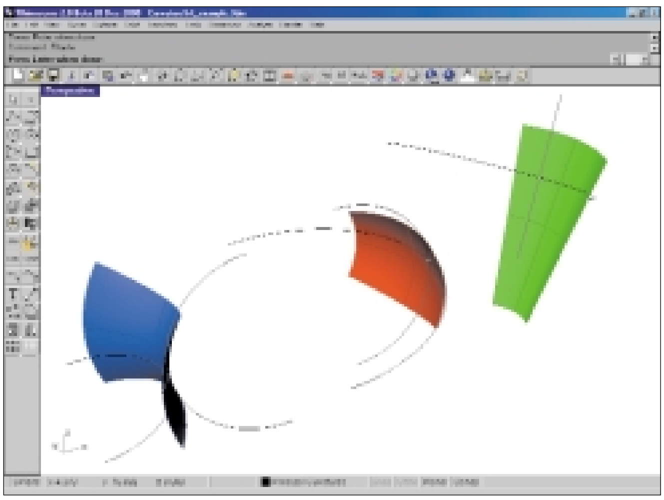
Abyste skutečně pochopili křivost plochy, musíte se nejdříve seznámit s pojmem "hlavní křivost". Od pochopení tohoto pojmu je už jen malý krůček k pochopení Gaussovy a střední křivosti.

Hodnotami hlavních křivostí (principal curvatures) jsou čísla 1/r1 a 1/r2, kde r1 a r2 jsou poloměry černých oblouků. Jedná se o poloměr nejmenší a největší kružnice, kterými lze povrch v daném bodě aproximovat. A je to už na světě tak zařízeno, že tyto kružnice jsou navzájem kolmé. Hodnoty hlavních křivostí jsou ve Rhinu označovány k1 a k2. Mimochodem, kdo teď tápe, nalistuje minulý díl seriálu, který se křivostí zabýval. Pro přehlednost zopakuji, že křivost je převrácená hodnota poloměru těchto kružnic.



Pokud jsou obě hlavní křivosti rovny, pak má plocha v daném bodě tvar koule. Což je zcela logické - tím se liší koule od bramboroidu, který je na různých místech různě zakřiven. Je to analogie kružnice, o které jsem mluvil v minulém dílu.

Gaussova křivost (Gaussian curvature) je určena vztahem g=k1*k2. Gaussova křivost je kladná, pokud jsou oba oblouky orientovány stejným směrem (to je případ červené plochy), a záporná, pokud se jejich směry liší (modrá, tzv. sedlová plocha). Pokud alespoň jeden z těchto oblouků degeneruje do přímky, má Gaussova křivost nulovou hodnotu (zelená plocha).



Střední křivost (mean curvature) je rovna (k1 + k2)/2. Slovo "střední" je zde užito ve smyslu "průměrná". Tato křivost je vhodná pro posuzování křivosti objektů, které mají nulovou Gaussovu křivost, např. válec nebo kužel.

Něco pro zamyšlení:

1) Plocha může být zakřivená, a přitom může mít nulovou Gaussovu křivost. Jako příklady lze zmínit válec nebo kužel. Jedna z hlavních křivostí je nulová a jejich součin je tudíž také nulový.

2) Plocha může mít nenulové hlavní křivosti, a přesto může mít nulovou střední křivost - pokud mají stejnou absolutní hodnotu, ale opačné znaménko.

3) Nyní víte, jak vypočítat Gaussovu a střední křivost na základě hlavních křivostí:
g = k1*k2
m = (k1+k2)/2

Platí to i opačně. Pokud znáte Gaussovu a střední křivost, můžete vypočítat hlavní křivosti:
k1 = 2*m - sqrt(4*m*m - g)
k2 = 2*m + sqrt(4*m*m - g)

Curvature Analysis

Tento příkaz vizuálně zobrazí různé hodnoty křivosti plochy formou mapování "falešných barev". Můžete si vybrat mezi zobrazením Gaussovy křivosti, střední křivosti, minimálního poloměru křivosti a maximálního poloměru křivosti. Jedná se o první ze série příkazů pro vizuální analýzu ploch. Pro tyto příkazy je charakteristické, že nejprve převedou NURBS objekt na analytickou polygonovou síť (a dále pak s touto polygonovou sítí pracují). Pozor, nepleťte si ji s renderovací polygonovou sítí, která je vytvářena za účelem stínování nebo renderování objektu. Renderovací i analytické polygonové sítě jsou zcela nezávislé. Když vyberete plochu a zadáte příkaz Properties, objeví se okno (viz obrázek), se základními údaji o modelu. Nás teď nejvíce zajímají poslední dva řádky, které jsem žlutě zvýraznil. Na prvním řádku jsou údaje o renderovací polygonové síti, na dalším se dozvíme podrobnosti o analytické polygonové síti. Zajímavým údajem je počet polygonů, který vám poskytne hrubou představu o detailnosti a objemové (ve smyslu objemu dat) náročnosti sítě. Také si z těchto údajů můžete odvodit, jak rychle bude s objektem možné pohybovat - dnešní grafické karty umožňují plynule rozhýbat mnoho desítek tisíc polygonů.

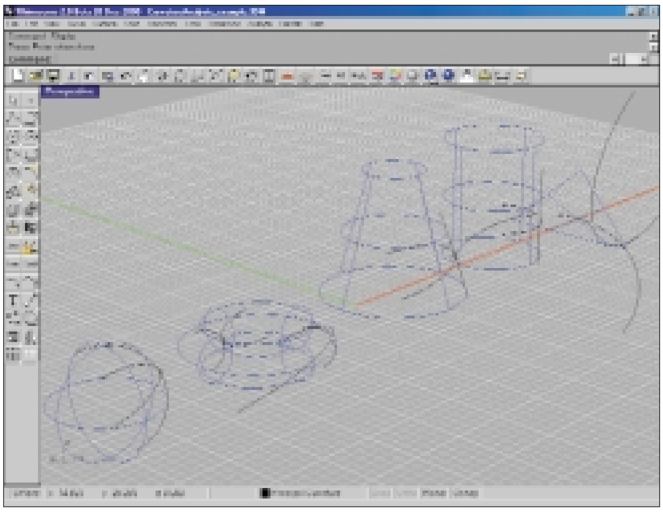
Je bohužel nepříjemnou skutečností, že polygonové sítě mohou výrazně zvýšit velikost souboru, což může být kritické zejména tehdy, když chcete posílat modely e-mailem. Naštěstí máte možnost renderovací a analytické polygonové sítě smazat - buď příkazem ClearAllMeshes nebo zatržením políčka "Save Small" při ukládání souboru. Ve finální verzi 2.0 mají být navíc soubory 3DM interně komprimovány, takže by se jejich velikost měla opět výrazně snížit. V současné době jsou soubory Rhina 2.0 beta paradoxně větší než soubory Rhina 1.1, protože uchovávají navíc materiálové informace pro renderovací modul Flamingo.

Když už se bavíme o polygonech, měl bych se také zmínit o přesnosti vizuální analýzy. Tato přesnost totiž přímo závisí na jemnosti (hustotě) polygonové sítě, protože jednotlivé hodnoty sledované veličiny jsou uchovávány pouze ve vrcholech sítě - stejně jako při řešení radiozity. Celková barevná mapa pak vznikne vytvořením plynulých přechodů barev mezi těmito vrcholy. Na obrázku vlevo vidíte tři stejné plochy s různě hustými polygonovými sítěmi. První síť je natolik hrubá, že výsledky analýzy výrazně zkresluje. Sice poskytuje základní představu o rozložení barev na ploše, avšak jednotlivé barvy jsou "vytvarovány" značně nepřesně a navíc u hrubé polygonové sítě hrozí, že budou některé detaily plochy zcela ignorovány. Druhá plocha už vypadá podstatně lépe: je vidět, že na nejvíce zakřivených místech je síť adaptivně zjemněna. V obou případech byla síť vytvořena v dialogovém okně s jednoduchým nastavením polygonové sítě (s implicitně zapnutým adaptivním zjemňováním sítě). To však přináší jeden nepěkný důsledek - dalším zjemňováním sítě dosáhneme sice toho, že původně velké polygony budou stále menší, zároveň ale bude přibývat obrovské množství malých trojúhelníčků v zakřivených částech plochy, které budou tak malé, že to vzhledem k rozlišení obrazovky ničemu nepomůže, ale kvůli jejich množství bude zobrazení a manipulace s modelem pomalejší. Pro věrohodnost analýzy je nejvýhodnější, když bude polygonová síť složena z pokud možno pravidelně rozmístěných malých polygonů. Na posledním obrázku byly nastaveny detailní volby polygonové sítě (viz dialogové okno Polygon Mesh Detailed Options). Stačí omezit poměr stran na 1 a zadat maximální délku hrany - a všude, kde je to možné, se vytvoří čtyřhranné polygony o hraně 0.4 jednotky. Výsledná mapa křivosti je zcela jemná a síť s necelými pěti tisíci polygony se bude hýbat naprosto plynule i na starém Celeronu 300 MHz s Rivou TNT...

Na obrázku je pro názornost zobrazena i polygonová síť objektu, ale pokud by vás rušila, můžete si její zobrazení v dialogovém okně Properties v záložce Shade vypnout. Stejně tak si můžete zapnout nebo vypnout zobrazení hranic a izočar NURBS plochy - tuto volbu bych naopak doporučoval zapnout, protože se lépe zorientujete ve tvaru plochy.

Malá zajímavost - až budete mít zobrazenou analýzu plochy (a samozřejmě též kdykoliv jindy), zadejte příkaz Turntable a sledujte, co se bude dít...

Na přiloženém obrázku je obrazovka Rhina s nahraným souborem CurvatureAnalysis_Example. Na scéně je pět objektů - koule, anuloid, válcová plocha, kuželová plocha a přímková (bilineární) plocha. Pomocí



příkazu CurvatureAnalysis se příště podíváme na Gaussovu křivost těchto ploch. Za domácí úkol si zkuste odvodit, jak bude Gaussova křivost jednotlivých ploch vypadat.

Nakonec ještě pár návodů k přemýšlení:

Přímkové plochy mohou mít nenulovou Gaussovu a střední křivost. Rozvinutelné plochy mají nulovou Gaussovu křivost. Plochy, které vznikly vytažením (extrude) křivky po úsečce, mají nulovou Gaussovu křivost. Chcete-li tyto plochy studovat, zvolte zobrazení střední křivosti. Koule a roviny mají konstantní Gaussovu a střední křivost. Existují i jiné zajímavé plochy s konstantní Gaussovou nebo střední křivostí. Jako příklad uveďme sedlovou plochu.

Příště budeme opět (a slibuji, že už naposledy) analyzovat křivost ploch a začneme se zabývat divácky vděčnou analýzou spojitosti a hladkosti ploch.

Jan Slanina