

Teorie hromadné obsluhy (Queuing Theory)

Mgr. Šárka Voráčová, Ph.D.

Katedra aplikované matematiky

voracova @ fd.cvut.cz

<http://www.fd.cvut.cz/department/k611/PEDAGOG/K611THO.html>



Literatura

- Š. Voráčová, M. Pěnička, J. Veselý: [Úvod do modelování procesů Petriho sítěmi](#), skriptum FD ČVUT v Praze, 2008
- M. Friesl: [Statistika hypertextově](http://home.zcu.cz/~friesl/hpsb/tit.html), home.zcu.cz/~friesl/hpsb/tit.html
- H. Řezanková & kol: [Interaktivní učebnice statistiky](http://lastat.vse.cz/), <http://lastat.vse.cz/>
Ke stažení na vnitřní síti H: studenti /THO
- G. Dohnal: [učební text THO](#)
- [Operační analýza](#), podklady k přednáškám ZČU Plzeň 2003

Příklady systému hromadné obsluhy

zákazník	linka	obsluha
letadlo	přistávací dráha	přistání
kupující	pokladna	placení nákupu
telefonní účastník	centrála	spojení
stroj	seřizovač	seřízení
cestující	autobus	doprava
počítač	tiskárna	vytisknutí úlohy
automobil	SSZ	průjezd křižovatkou

THO – odvětví aplikované matematiky, zkoumá činnost systémů, v nichž se **opakovaně** vyskytují požadavky vykonat posloupnost operací, které jsou co do vzniku a okamžiku výskytu zpravidla náhodné

- Cílem THO je vyhledávání závislostí mezi charakterem vstupu požadavků, produktivitou linek a efektivností obsluhy.

Na základě těchto znalostí můžeme zlepšit činnost systému pomocí účelných změn.

- VYUŽITÍ LINKY X ZTRÁTA ČASU ZÁKAZNÍKŮ

Psychologie front

- Prostředí
- Očekávání
- Spravedlnost



Historie

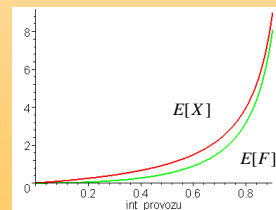
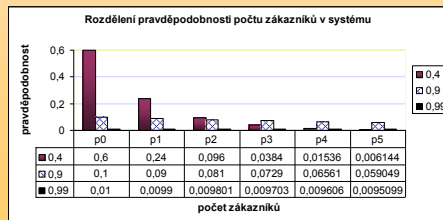
- Dánský matematik [Agner Krarup Erlang](#) (1878 – 1929)
1908 začíná pro firmu Copenhagen Telephone pracovat na úkolu zkrátit čekací doby vybavování telefoních hovorů
 - 1909 The Theory of Probability and Telephone Conversations
 - 1917 vztahy pro výpočet množství odmínutých hovorů a čekacích dob na navázání hovor
- Další průkopníci: Poloczech, Kolmogorov, Khinchin, Palme
 - 1953 Kendallova klasifikace systémů hromadné obsluhy $X/Y/n$
 - 1969 Littleovy formule
 - 1986 1. číslo odb. časopisu The Journal of Queueing Systems
 - 1995 1. mezinárodní symposium THO

Metody Teorie hromadné obsluhy

- analytické
 - Výsledkem je obecná funkce
 - lze studovat vnitřní souvislosti

Příklad: V systému $M/M/1/\infty$ se pravděpodobnost, že je linka obsazena k zákazníky řídí předpisem:

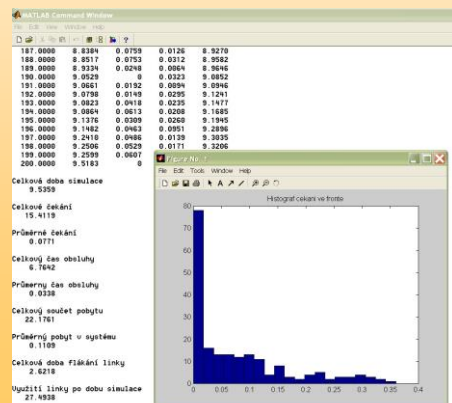
$$p_k = (1 - \rho)\rho^k$$

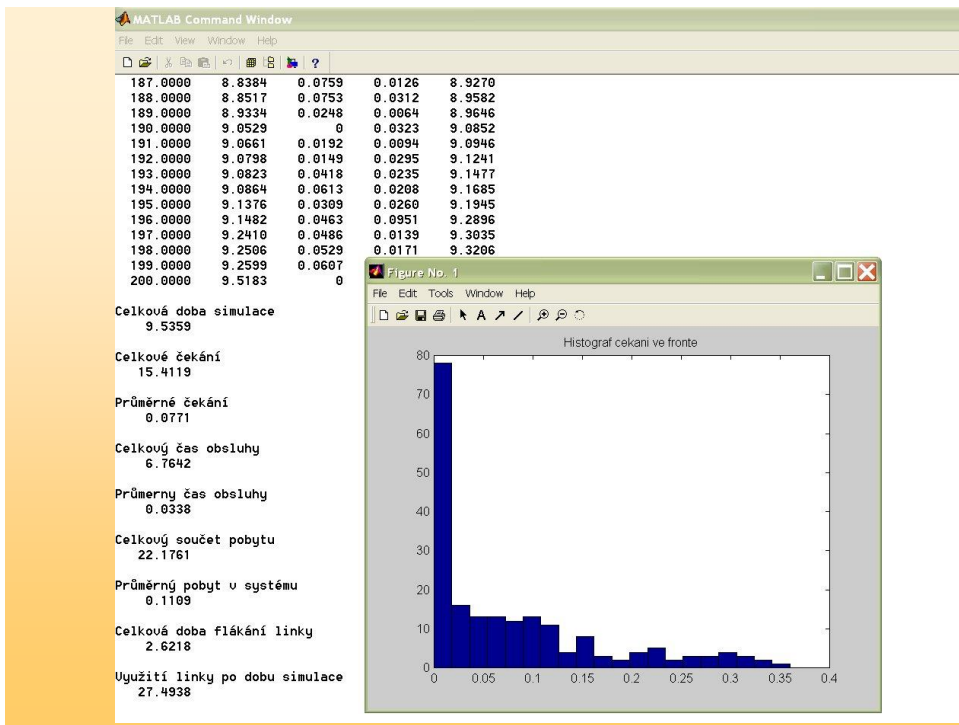


Metody Teorie hromadné obsluhy

- Simulační
 - Systém nahradíme simulačním **modelem** se stejnými pravděpodobnostními charakteristikami a chování mnohonásobně simulujeme na modelu.

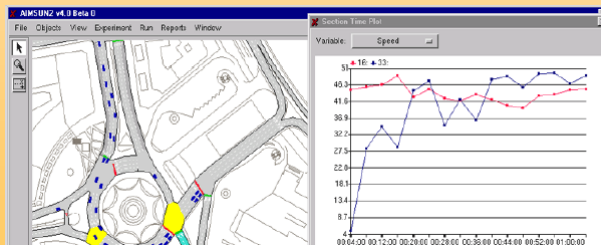
- Charakteristiky výstupu nahradíme bodovým odhadem:
 - střední hodnota** - průměr,
 - pravděpodobnost** - rel. četnost





THO v dopravě

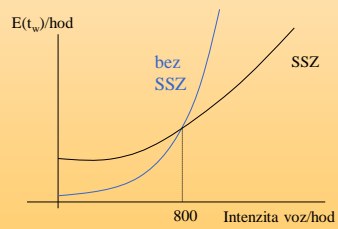
- řízené i neřízené křižovatky, okružní i mimoúrovňové křižovatky, chodecké přechody,
- posouzení vzniku kongescí jejich důvodů a dopadů
- vliv preference MHD, pěší a cyklistické dopravy na kapacitu komunikací
- reakce dopravy na havárie a jiné mimořádnosti,
- prognózované nárůsty intenzit dopravy, např. při nové výstavbě,
- přínos telematických aplikací (navádění, proměnné dopravní značení)



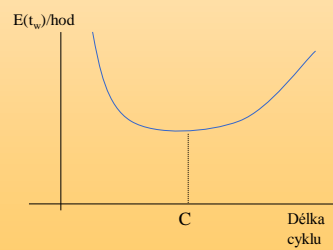
THO v dopravě

- signální plány
- dynamické metody řízení SSZ,

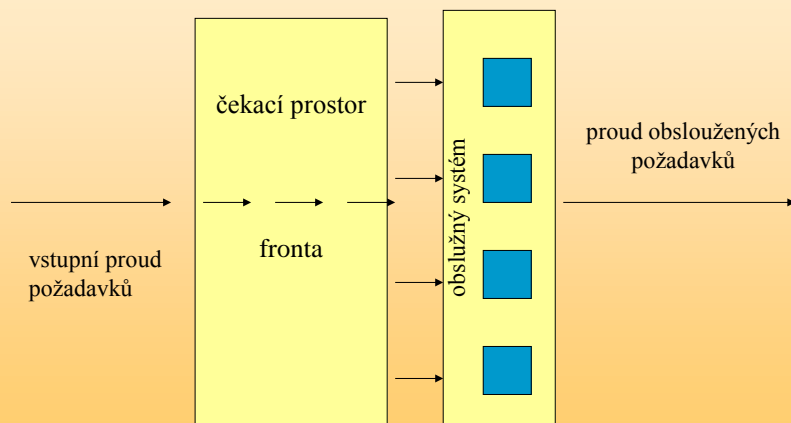
Závislost ztrátových časů na intenzitě



Závislost ztrátových časů na délce cyklu signálního plánu



System hromadné obsluhy



Jaké základní informace o systému hromadné obsluhy potřebujeme?

- Popis zákonitostí vzniku a příchodu požadavku do systému (vstupní tok)
 - Popis osudu vstoupivších zákazníků v případě, že nemohou být hned obslouženi. (frontový režim)
 - Počet obslužných linek a popis průběhu vlastní obsluhy (organizace obsluhy)
- ⇒ Motivace vzniku Kendallovy klasifikace systémů hromadné obsluhy

$X / Y / n$

Členění stochastických procesů

e - stav

Diskrétní

Spojité

Spojité

Diskrétní

t - čas

spojité

spojité

diskrétní

diskrétní

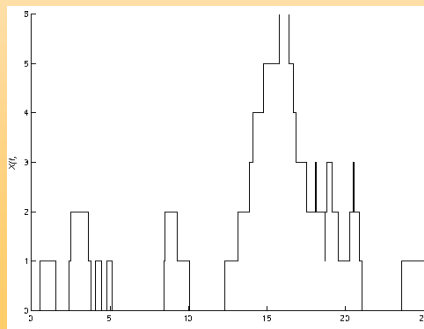
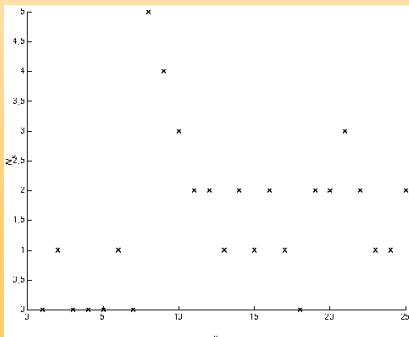
Spojité náhodná posloupnost

Spojité náhodný proces

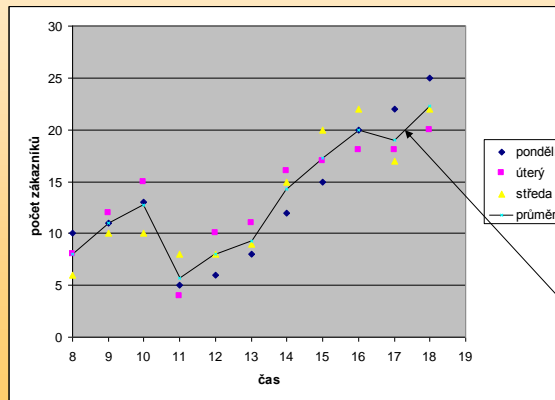
Diskrétní náhodný proces

Diskrétní náhodná posloupnost

= řetěz



čas	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
pondělí	10	11	13	5	6	8	12	15	20	22	25
úterý	8	12	15	4	10	11	16	17	18	18	20
středa	6	10	10	8	8	9	15	20	22	17	22
průměr	8	11	12,7	5,7	8	9,3	14,3	17,3	20	19	22,3



Sřední
hodnota
stochastickéh
o procesu