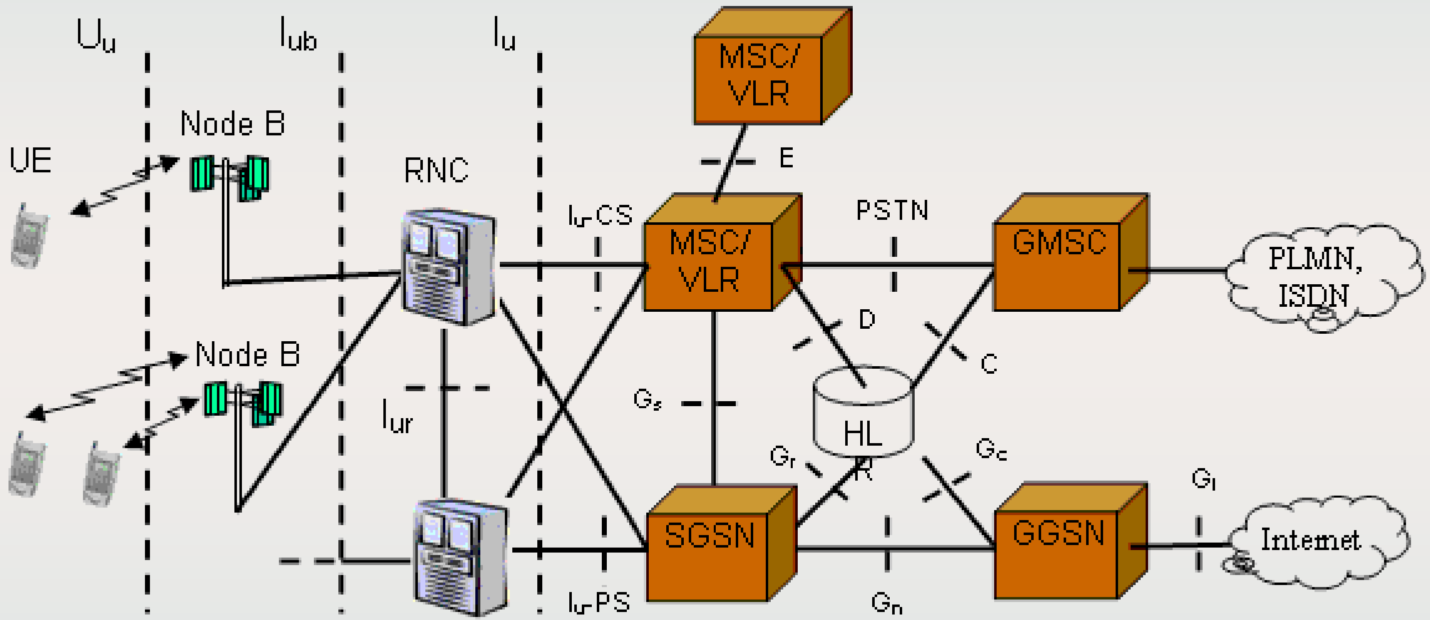
Uzavřené obslužné sítě

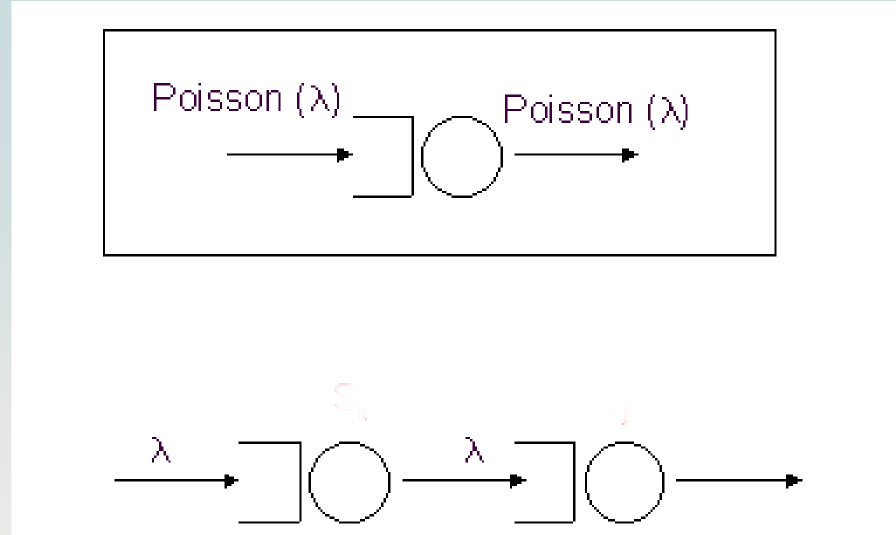
Jacksonova síť systémů hromadné obsluhy



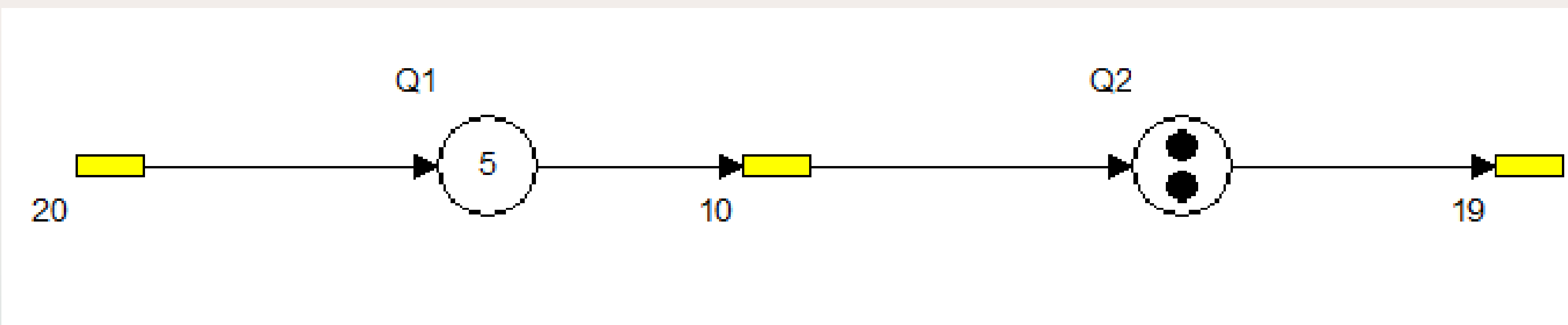
Universal Mobile Telecommunications System

Telekomunikační síť
Počítačová síť
Dopravní síť

Burkeho věta



Výstupní tok z ustáleného systému M/M/m/∞ je Poissonův, intenzita výstupního toku je rovna intenzitě vstupu.

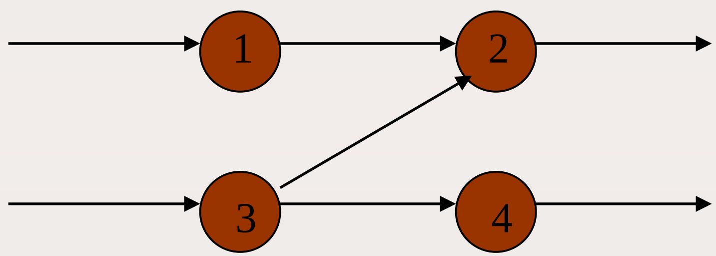


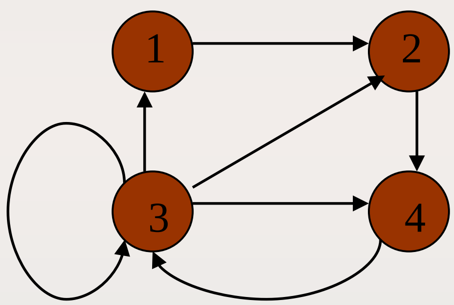
$$P\left(\left[X_1, X_2\right] = \left[k_1, k_2\right]\right) = P(X_1 = k_1) \cdot P(X_2 = k_2)$$

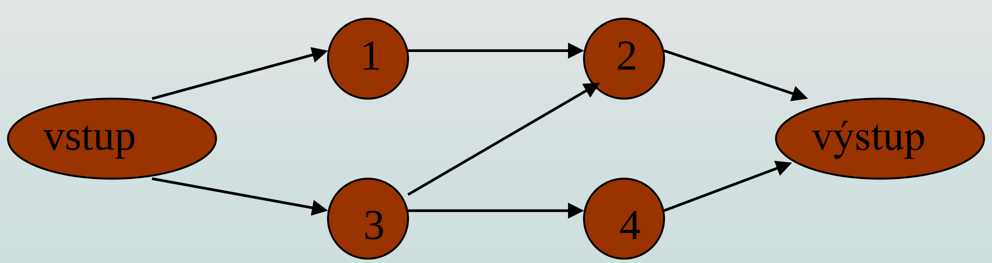
Síť: Systém stanic obsluhy, vzájemně propojených fyzickými i logickými vazbami.

otevřený

uzavřený







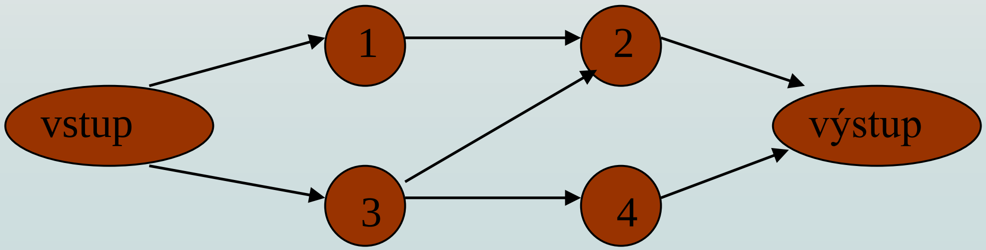
Př: konstantní počet procedur. Jakmile je ukončena obsluha jednoho požadavku je nahrazen požadavkem novým.

Jacksonova síť

Stochastická obslužná síť, která se skládá z *m* systémů, zdroje a spotřebiče, přičemž jsou dané psti p_{ij} vstupu požadavku z *i*-tého do *j*-tého systému.

1. Čas obsluhy ve všech systémech má exponenciální rozdělení
   - doba obsluhy požadavku je v každém uzlu nezávislá
   - každý uzel má frontu FIFO s neomezenou délkou
2. Po ukončení obsluhy v uzlu i požadavek ihned postupuje do následujícího uzlu, který je vybrán náhodně, možné přechody mezi systémy jsou náhodné a nezávislé

Jsou-li splněny podmínky 1-2, pak je výstup ze zdroje Poissonovský a proces stavů systému je Markovův



Jacksonův teorém

- X_i ... počet požadavků v i-tém uzlu
  počty požadavků X_i v různých uzlech sítě jsou nezávislé
- Vektor stavu $\vec{X} = \left(X_1, \dots, X_m\right)$
- Vektor skutečných hodnot $\vec{k} = \left(k_1, \dots, k_m\right)$

$$P(\vec{X} = \vec{k}) = P(X_1 = k_1) \cdot \ldots \cdot P(X_m = k_m) \cdot$$

- Označme pravděpodobnost, že v i–tém uzlu je k_i požadavků $p_i\left(k_i\right) = P(X_i = k_i)$

$$p\left(\vec{k}\right) = \prod_{i=1}^{m} p_i(k_i)$$

- Jsou-li všechny systémy sítě typu M / M / 1/∞.

$$p_i\left(k_i\right) = p_i\left(0\right)\rho_i^{k_i}; \quad \rho_i = \frac{\Lambda_i}{\mu_i}; \Lambda_i = \Lambda_0 \alpha_i$$

Uzavřená Jacksonova síť

V síti s *m* systémy M/M/1/∞ se pohybuje *K* požadavků

$$k_1 + k_2 + \ldots + k_m = K$$

$$p\left(\vec{k}\right) = \prod_{i=1}^{m} p_i(k_i); \quad \sum_{k_1+k_2+\ldots+k_m=K} p\left(\vec{k}\right) = 1$$

Normalizační podmínka

$$p_i\left(k_i\right) = p_i\left(0\right)\rho_i^{k_i}; \quad \rho_i = \frac{\Lambda_i}{\mu_i}; \Lambda_i = \Lambda_0 \alpha_i$$

Intenzity vstupu do uzlu Λ_i jsou určeny až na nenulový násobek, pravděpodobnosti $p_i(k_i) = P(X_i = k_i)$ umíme vypočítat až na násobek $p_i(0)$. Jedno řešení bychom získali z normalizační podmínky, tj součet pravděpodobností všech stavů musí být 1. Postup ale otočíme:

Zvolíme si vhodně jeden parametr (většinou $\underline{\Lambda}_1=\mu_1$) a vypočítáme pro tuto volbu všechny $\underline{p}_i(k_i) = P(X_i = k_i)$. Nakonec výpočet opravíme.

Uzavřená Jacksonova síť

V síti s *m* systémy M/M/1/∞ se pohybuje *K* požadavků.

Pomocné výpočty označíme pruhem. Opravíme nakonec výpočtem $\underline{G}$.

volba $\bar{\Lambda}_1 = \mu_1;\ \bar{\Lambda} = \left(\bar{\Lambda}_1, \bar{\Lambda}_2, \ldots, \bar{\Lambda}_m\right)$

Volbou $\underline{\Lambda}_1 = \mu_1$ budou vzorce jednodušší, protože $\rho_1 = 1$.

Pravděpodobnosti na jednotlivých uzlech jsou určeny až na nenulový násobek $p_i(0)$, zvolíme

$$\bar{p}_i(0) = 1,\ \text{potom}\ \bar{p}_i(k_i) = \left(\frac{\bar{\Lambda}_i}{\mu_i}\right)^{k_i}$$

$$\bar{p}\left(k_1, k_2, \ldots, k_m\right) = \bar{p}_1(k_1) \cdot \bar{p}_2(k_2) \ldots \bar{p}_m(k_m);$$

$$p\left(k_1, k_2, \ldots, k_m\right) = \frac{1}{\bar{G}} \bar{p}\left(k_1, k_2, \ldots, k_m\right)$$

$$\bar{G} = \sum_{k_1 + k_2 + \ldots + k_m = K} \bar{p}_1(k_1) \cdot \bar{p}_2(k_2) \ldots \bar{p}_m(k_m)$$

Normalizační podmínka

Uzavřená Jacksonova síť

V síti s *m* systémy M/M/1/∞ se pohybuje *K* požadavků.

$$p_i(k_i) = p_i(0)\rho_i^{k_i}; \quad \rho_i = \frac{\Lambda_i}{\mu_i}$$

Intenzity vstupu do uzlu jsou dány až na násobek

$$\bar{\Lambda} = \left(\bar{\Lambda}_1, \bar{\Lambda}_2, \dots, \bar{\Lambda}_m\right)$$

Psti prázdných systémů $p_i(0)$ jsou dány normalizační podmínkou.

$$p(k_1, k_1, \dots, k_1) = \prod_{i=1}^{m} p_i(k_i); \quad \sum_{k_1+k_2+\dots+k_m=K} p_1(k_1)\cdot p_2(k_2)\dots p_m(k_m) = 1$$

$$\bar{p}_i(0) = 1$$

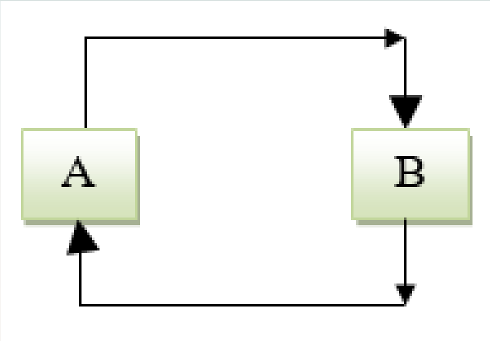
$$\bar{p}_i(k_i) = \left(\frac{\bar{\Lambda}_i}{\mu_i}\right)^{k_i}$$

$$p(k_1, k_1, \dots, k_1) = \frac{1}{\bar{G}} \prod_{i=1}^{m} \bar{p}_i(k_i)$$

$$\bar{G} = \sum_{k_1+k_2+\dots+k_m=K} \bar{p}_1(k_1)\cdot \bar{p}_2(k_2)\dots \bar{p}_m(k_m)$$

Uzavřená Jacksonova síť – příklad 1

$$\Lambda_1 = \Lambda_2$$



V síti se 2 systémy M/M/1/. se pohybují 3 zákazníci.

Intenzita obsluhy je u obou linek 4 zák. za hodinu.

Určete sdruženou hustotu pravděpodobnosti *p(1,2)* = *P*(X_A=1, X_B=2).

Zvolím $\Lambda_1 = \mu_1 = 4$, potom $\rho_1 = 1$, $\rho_2 = 1$,

Zvolím $\overline{p}_1(0) = 1, \overline{p}_2(0) = 1 \Rightarrow$

$$\overline{p}_1(k) = 1, \overline{p}_2(3-k) = 1, \overline{p}(k, 3-k) = 1 \text{pro } k = 0,1,2,3$$

$$\overline{G} = \overline{p}(0,3) + \overline{p}(1,2) + \overline{p}(2,1) + \overline{p}(3,0)$$

$$\overline{G} = 4$$

$p(1,2) = P(X_A=1, X_B = 2) = 1/4$.

$$\overline{p}_i(0) = 1$$

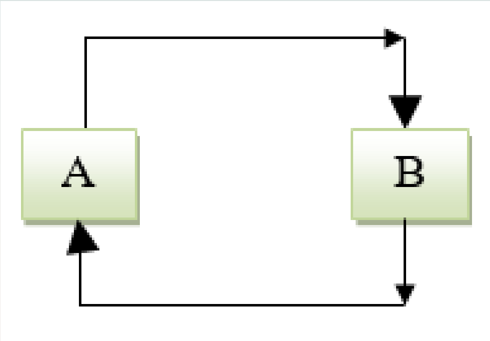
$$\overline{p}_i(k_i) = \left(\frac{\overline{\Lambda}_i}{\mu_i}\right)^{k_i}$$

$$p(k_1, k_1, \ldots, k_1) = \frac{1}{\overline{G}} \prod_{i=1}^{m} \overline{p}_i(k_i)$$

$$\overline{G} = \sum_{k_1+k_2+\ldots+k_m=K} \overline{p}_1(k_1) \cdot \overline{p}_2(k_2) \ldots \overline{p}_m(k_m)$$

Uzavřená Jacksonova síť – příklad 2

$$\Lambda_1 = \Lambda_2$$



V síti se 2 systémy M/M/1/. se pohybují 3 zákazníci.

Intenzity obsluhy jsou $\mu_1 = 4$ 4 zák./ h, μ_2**= 2 zák./h.**

Určete sdruženou hustotu pravděpodobnosti

p(1,2) = P(X_A=1, X_B=2).

Zvolím $\Lambda_1 = \mu_1 = 4$, potom $\rho_1 = 1$, $\rho_2 = 4/2 = 2$,

Zvolím $\overline{p}_1(0) = 1, \overline{p}_2(0) = 1 \Rightarrow$

$$\overline{p}_1(3-k) = 1^{3-k}, \overline{p}_2(k) = 2^k, \overline{p}(3-k,k) = 1 \cdot 2^k \text{ pro } k = 0,1,2,3$$

$$\overline{G} = \overline{p}(0,3) + \overline{p}(1,2) + \overline{p}(2,1) + \overline{p}(3,0)$$

$$\overline{G} = 2^3 + 2^2 + 2 + 2^0 = 15$$

p(1,2) = P(X_A=1, X_B = 2) =4/15 .

$$\overline{p}_i(0) = 1$$

$$\overline{p}_i(k_i) = \left(\frac{\overline{\Lambda}_i}{\mu_i}\right)^{k_i}$$

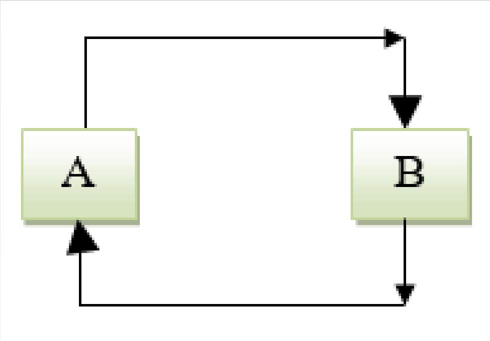
$$p(k_1, k_1, \ldots, k_1) = \frac{1}{\overline{G}} \prod_{i=1}^{m} \overline{p}_i(k_i)$$

$$\overline{G} = \sum_{k_1+k_2+\ldots+k_m=K} \overline{p}_1(k_1) \cdot \overline{p}_2(k_2) \ldots \overline{p}_m(k_m)$$

$$S_n = a_1 \frac{1-q^n}{1-q}$$

Uzavřená Jacksonova síť – příklad 3

$$\Lambda_1 = \Lambda_2$$



V síti se 2 systémy M/M/1/. se pohybuje ***100*** zákazníků.

Intenzity obsluhy jsou μ_1 = 4 4 zák./ h, μ_2= 2 zák./h.

Určete sdruženou hustotu pravděpodobnosti

p(1,2) = P(X_A=1, X_B=99).

Zvolím $\Lambda_1 = \mu_1 = 4$, potom $\rho_1 = 1$, $\rho_2 = 4/2 = 2$,

Zvolím $\overline{p}_1(0) = 1, \overline{p}_2(0) = 1 \Rightarrow$

$$\overline{p}_1(100-k) = 1^{100-k}, \overline{p}_2(k) = 2^k, \overline{p}(100-k,k) = 1 \cdot 2^k \text{ pro } k = 0,1,\ldots,100$$

$$\overline{G} = \sum_{k=0}^{100} \overline{p}(100-k,k) = \sum_{k=0}^{100} 2^k = \frac{1-2^{101}}{1-2} = 2^{101} \doteq 2{,}53 \cdot 10^{30}$$

p(1,99) = P(X_A=1, X_B = 99) =1/4.

$$\overline{p}_i(0) = 1$$

$$\overline{p}_i(k_i) = \left(\frac{\overline{\Lambda}_i}{\mu_i}\right)^{k_i}$$

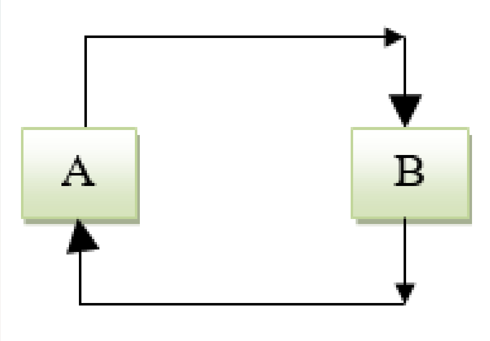
$$p(k_1, k_1, \ldots, k_1) = \frac{1}{\overline{G}} \prod_{i=1}^{m} \overline{p}_i(k_i)$$

$$\overline{G} = \sum_{k_1+k_2+\ldots+k_m=K} \overline{p}_1(k_1) \cdot \overline{p}_2(k_2) \ldots \overline{p}_m(k_m)$$

$$S_n = a_1 \frac{1-q^n}{1-q}$$

Uzavřená Jacksonova síť – příklad 3

$\Lambda_1 = \Lambda_2$



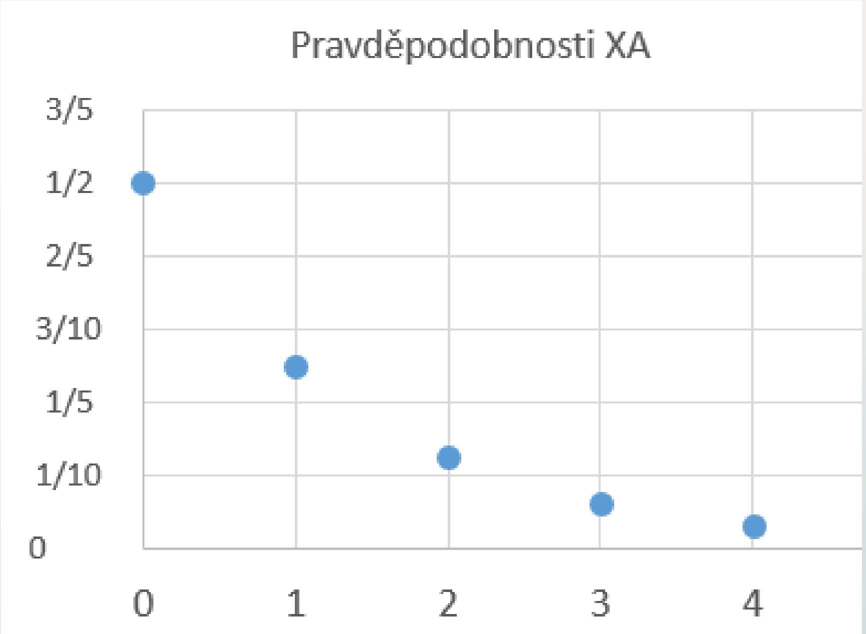
V síti se *2* systémy M/M/1/. se pohybuje ***100*** zákazníků.
Intenzity obsluhy jsou $\mu_1 = 4$ 4 zák./ h, $\mu_2 = 2$ zák./h.
Určete sdružené hustotu pravděpodobnosti
$P(X_A=100-k,\ X_B=k)$ **pro všechny stavy**.

$\boxed{p(1,99) = P(X_A=1,\ X_B = 99) = 1/4.}$

$$\bar{p}(100-k,k) = 1 \cdot 2^k \text{ pro } k = 0,1,\ldots,100$$

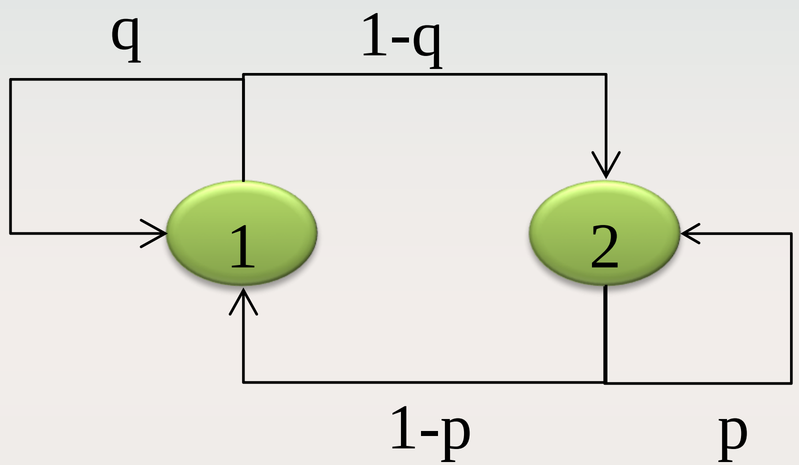
$$\bar{G} = 2^{101} \doteq 2{,}53 \cdot 10^{30}$$

$$\underbrace{p(100-k}_{\text{XA}},k) = \frac{1 \cdot 2^k}{2^{101}} \text{ pro } k = 0,1,\ldots,100$$



Uzavřená Jacksonova síť – příklad 4

V síti se *2* systémy M/M/1/∞ se pohybuje *K* požadavků.



$$\Lambda_1 = (1-p)\Lambda_2 + q\Lambda_1$$
$$\Lambda_2 = p\Lambda_2 + (1-q)\Lambda_1$$

Intenzity vstupu do uzlu jsou dány až na násobek

$$\Lambda_2 = \Lambda_1 \frac{1-q}{1-p}$$

$$\overline{p}_i(0) = 1$$
$$\overline{p}_i(k_i) = \left(\frac{\overline{\Lambda}_i}{\mu_i}\right)^{k_i}$$

$$p(k_1, k_1, \ldots, k_1) = \frac{1}{\overline{G}} \prod_{i=1}^{m} \overline{p}_i(k_i)$$
$$\overline{G} = \sum_{k_1+k_2+\ldots+k_m=K} \overline{p}_1(k_1) \cdot \overline{p}_2(k_2) \ldots \overline{p}_m(k_m)$$

$$\bar{p}_i(0)=1$$

$$\bar{p}_i(k_i)=\left(\frac{\bar{\Lambda}_i}{\mu_i}\right)^{k_i}$$

$$p(k_1,k_1,\dots,k_1)=\frac{1}{G(K)}\prod_{i=1}^{m}\bar{p}_i(k_i)$$

$$G(K)=\sum_{k_1+k_2+\dots+k_m=K}\bar{p}_1(k_1)\cdot\bar{p}_2(k_2)\dots\bar{p}_m(k_m)$$

Intenzity vstupu do uzlu jsou dány až na násobek $\Lambda_2=\Lambda_1\dfrac{1-q}{1-p}$

Volbou $\bar{\Lambda}_1=\mu_1$ se zjednodušší psti 1. uzlu

$$\rho_1=\frac{\bar{\Lambda}_1}{\mu_1}=1;\quad \rho_2=\frac{\bar{\Lambda}_2}{\mu_2}=\frac{\mu_1}{\mu_2}\frac{1-q}{1-p}$$

$$\bar{p}_1(k_1)=\left(\frac{\bar{\Lambda}_1}{\mu_1}\right)^{k_1}=1;\ \bar{p}_2(k_2)=\rho_2^{k_2}=\left(\frac{\mu_1}{\mu_2}\frac{1-q}{1-p}\right)^{k_2};$$

V síti je celkem K zákazníků. sdružená hustota psti vektoru (K-k,k)

$$p(K-k,k)=\frac{\bar{p}_1(K-k).\bar{p}_2(k)}{\bar{G}}=\frac{1.\rho_2^k}{\bar{G}}$$

$$\bar{G}=\sum_{k=0}^{K}\bar{p}_1(K-k).\bar{p}_2(k)=\sum_{k=0}^{K}1.\rho_2^k=\frac{1-\rho_2^{K+1}}{1-\rho_2}$$

$$\rho_2 = \frac{\mu_1}{\mu_2}\frac{1-q}{1-p}$$

V síti je celkem K zákazníků. sdružená hustota psti vektoru (K-k,k)

$$p(K-k,k) = \frac{\rho_2^k}{G(K)}$$

$$G(K) = \frac{1-\rho_2^{K+1}}{1-\rho_2}$$

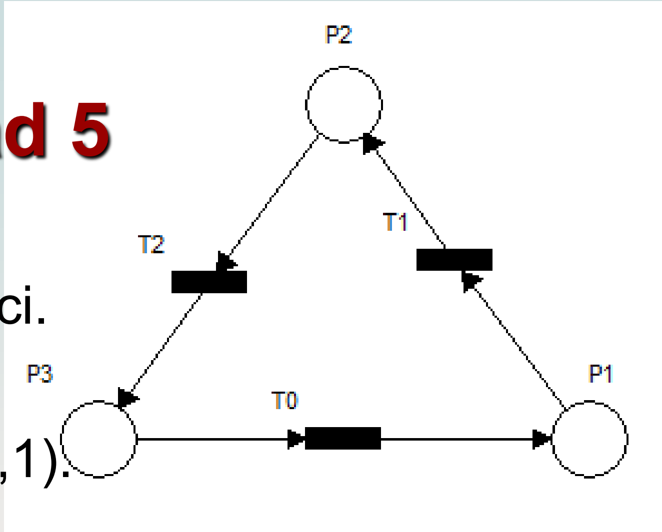
Pravděpodobnost, že první linka pracuje.

$$1-p(0,K) = 1-\frac{\rho_2^K}{G(K)}$$

Pravděpodobnost, že druhá linka pracuje.

$$1-p(K,0) = 1-\frac{1}{G(K)}$$

Uzavřená Jacksonova síť – příklad 5



V síti se ***3*** systémy M/M/1/. se pohybují **2** zákazníci.
μ_1 = 4 zák./ h, μ_2= 4 zák./h, μ_3= 2 zák./h.
Určete sdruženou hustoty pravděpodobnosti p(0,1,1).

$$\Lambda_1 = \Lambda_2 = \Lambda_3$$

Zvolím $\Lambda_1 = \mu_1 = 4$, potom $\rho_1 = \rho_2 = 1$, $\rho_3 = 4/2 = 2$,

$$\overline{p}_1(k_1) = 1^{k_1}, \overline{p}_2(k_2) = 1^{k_2}, \overline{p}_3(k_3) = 2^{k_3}, \overline{p}(k_1, k_2, k_3) = 1 \cdot 1 \cdot 2^{k_3} \text{pro } k_1 + k_2 + k_3 = 2$$

$$\overline{G} = \overline{p}(0,0,2) + \overline{p}(0,1,1) + \overline{p}(1,0,1) + \overline{p}(0,2,0) + \overline{p}(1,1,0) + \overline{p}(2,0,0) =$$

$$= 2^2 + 2 \cdot 2^1 + 3 \cdot 2^0 = 11$$

$$\boxed{p(0,1,1) = \frac{2}{11}} \quad \boxed{p(k_1, k_2, k_3) = \frac{2^{k_3}}{11}}$$

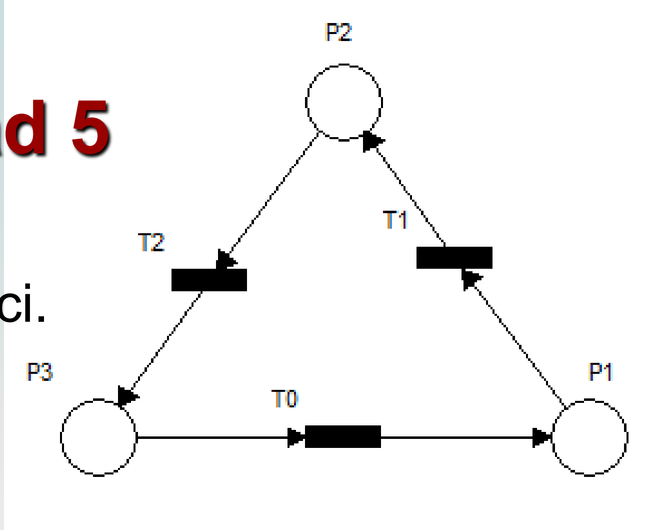
$$\overline{p}_i(0) = 1$$

$$\overline{p}_i(k_i) = \left(\frac{\overline{\Lambda}_i}{\mu_i} \right)^{k_i}$$

$$p(k_1, k_1, \ldots, k_1) = \frac{1}{\overline{G}} \prod_{i=1}^{m} \overline{p}_i(k_i)$$

$$\overline{G} = \sum_{k_1 + k_2 + \ldots + k_m = K} \overline{p}_1(k_1) \cdot \overline{p}_2(k_2) \ldots \overline{p}_m(k_m)$$

Uzavřená Jacksonova síť – příklad 5



$$\Lambda_1 = \Lambda_2 = \Lambda_3$$

V síti se ***3*** systémy M/M/1/. se pohybují **2** zákazníci.

$\mu_1 = 4$ zák./ h, $\mu_2 = 4$ zák./h, $\mu_3 = 2$ zák./h.

1. Určete průměrný počet zákazníků v první lince.

$$\boxed{p(k_1, k_2, k_3) = \frac{2^{k_3}}{11}}$$

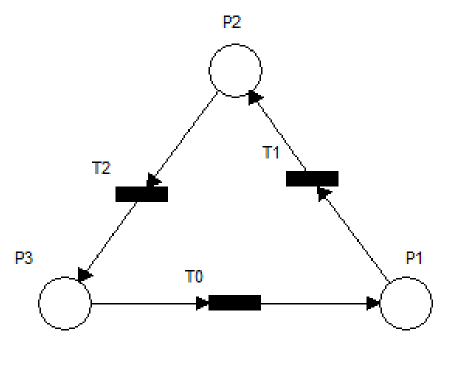
$$E\left[X_1\right] = 0.p(0,k_2,k_3) + 1\cdot\left(p(1,0,1) + p(1,1,0)\right) + 2\cdot p(2,0,0) =$$

$$= 1\cdot\left(\frac{2}{11} + \frac{1}{11}\right) + 2\cdot\frac{1}{11} = \frac{5}{11}$$

2. Určete vytíženost první linky.

$$E\left[S_1\right] = 0.p(0,k_2,k_3) + 1\cdot\left(p(1,0,1) + p(1,1,0) + p(2,0,0)\right) = 1\cdot\left(\frac{2}{11} + \frac{1}{11} + \frac{1}{11}\right) = \frac{4}{11}$$

Uzavřená Jacksonova síť – příklad 5b



V síti se ***3*** systémy M/M/1/. se pohybují **3** zákazníci.

μ_{12} = 10 zák./ms , μ_3= 5 zák./ms.

Zvolím $\Lambda_1 = \mu_1 = 10$, potom $\rho_1 = \rho_2 = 1$, $\rho_3 = 10/5 = 2$

$$\Lambda_1 = \Lambda_2 = \Lambda_3$$

$$\bar{p}_1(k_1) = 1^{k_1},\ \bar{p}_2(k_2) = 1^{k_2},\ \bar{p}_3(k_3) = 2^{k_3},\ \bar{p}(k_1,k_2,k_3) = 1\cdot 1\cdot 2^{k_3} \text{ pro } k_1 + k_2 + k_3 = 3$$

$$\bar{G} = \bar{p}(0,0,3) + \bar{p}(0,1,2) + \bar{p}(1,0,2) + \bar{p}(0,2,1) + \bar{p}(1,1,1) + \bar{p}(2,0,1) + \bar{p}(1,2,0) +$$
$$+ \bar{p}(2,1,0) + \bar{p}(3,0,0) + \bar{p}(0,3,0) =$$
$$= 2^3 + 2\cdot 2^2 + 3\cdot 2^1 + 4\cdot 2^0 = 26$$

$$\boxed{p(k_1,k_2,k_3) = \frac{2^{k_3}}{26}}$$

1. Pravděpodobnost, že jsou všechny zakázky ve třetí lince.

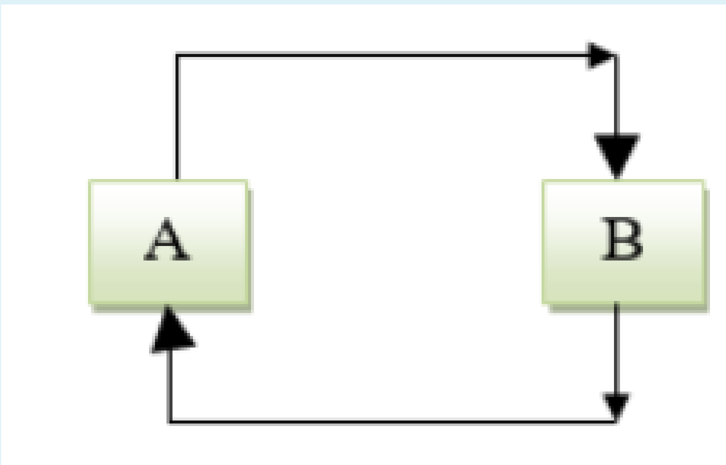
$$p(0,0,3) = \frac{2^3}{26}$$

2. Pravděpodobnost, že první linka nepracuje.

$$p(0,0,3) + p(0,1,2) + p(0,2,1) + p(0,3,0) = \frac{1}{26}\left(2^3 + 2^2 + 2^1 + 2^0\right) = \frac{15}{26}$$

Bobová dráha je modelována jako uzavřená Jacksonova síť dvou frontových systémů. Uzel A představuje lanovku, uzel B sjezd dráhy. Lanovka má průměrnou kapacitu 5 osob za minutu, průměrný časový rozestup mezi závodníky na startu je 20 sekund.

Určete pravděpodobnost, že bude fronta u startu B prázdná, je-li v areálu 5 lidí.



$$\Lambda_1 = \Lambda_2$$

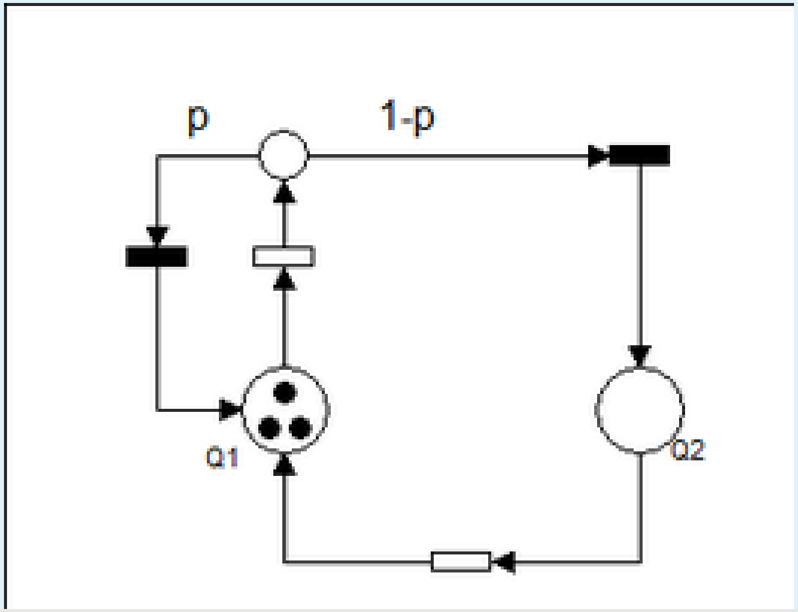
μ_A = 5 zák./ min, μ_B= 3 zák./min,

Zvolíme $\Lambda_A = \mu_A = 5$, potom $\rho_1 = 1$, $\rho_2 = 5/3$

$$\bar{p}(5-k,k)=1\cdot\left(\frac{5}{3}\right)^k \text{ pro } k=0,1,\dots,5;\ \ \bar{G}=\sum_{k=0}^{5}\left(\frac{5}{3}\right)=\frac{1-\left(\frac{5}{3}\right)^6}{1-\frac{5}{3}}\doteq 30,65$$

$$\boxed{p(5,0)}+p(4,1)=1^5\left(\frac{5}{3}\right)^0 G^{-1}+1^4\left(\frac{5}{3}\right)^1 G^{-1}=\boxed{0,0326}+0,0544=0,087$$

V síti na obrázku se pohybují 3 zákazníci. Obě linky pracují se stejnou intenzitou, průměrná doba zpracování požadavku je 1 hodina. Pravděpodobnost opakovaného zpracování linkou Q1 je odhadována hodnotou $p = \frac{1}{2}$. Určete pravděpodobnost, že druhá linka Q2 nepracuje.



$$\Lambda_1 = 2\Lambda_2$$

Zvolíme $\Lambda_1 = \mu_1 = 1$

$$\Rightarrow \rho_1 = 1, \rho_2 = \frac{1}{2}$$

$$\bar{p}(3-k,k) = 1^{3-k} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^k = \frac{1}{2^k} \text{ pro } k = 0,1,2,3$$

$$\bar{G} = \sum_{k=0}^{3} \frac{1}{2^k} = \frac{1-\frac{1}{2^4}}{1-\frac{1}{2}} = 2 - \frac{1}{2^3}$$

$$p(3-k,k) = \frac{1}{2^k} \cdot \frac{2^3}{2^4-1} = \frac{2^{3-k}}{2^4-1}$$

Pst, že první linka nepracuje
p(0,3) = 0,066

Uzavřená Jacksonova síť

- V síti s *5* linkami se pohybují *4* požadavky
- Možné stavy systému:

k1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
k2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	3	3	3	4	0
k3	0	0	0	0	1	1	1	1	2	2	2	3	3	4	0	0	0	0	1	1	1	2	2	3	0	0	0	1	1	2	0	0	1	0	0
k4	1	2	3	4	0	1	2	3	0	1	2	0	1	0	0	1	2	3	0	1	2	0	1	0	0	1	2	0	1	0	0	1	0	0	0
k5	3	2	1	0	3	2	1	0	2	1	0	1	0	0	3	2	1	0	2	1	0	1	0	0	2	1	0	1	0	0	1	0	0	0	3

k1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	3	3	3	3	4
k2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	2	2	2	3	0	0	0	0	0	0	1	1	1	2	0	0	0	1	0
k3	0	0	0	1	1	1	2	2	3	0	0	0	1	1	2	0	0	1	0	0	0	0	1	1	2	0	0	1	0	0	0	1	0	0
k4	1	2	3	0	1	2	0	1	0	0	1	2	0	1	0	0	1	0	0	0	1	2	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0
k5	2	1	0	2	1	0	1	0	0	2	1	0	1	0	0	1	0	0	0	2	1	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0

Už pro takto rozsáhlé sítě je výpočet bez software téměř nemožný.

$$\overline{p}_i(0) = 1$$

$$\overline{p}_i(k_i) = \left(\frac{\overline{\Lambda}_i}{\mu_i}\right)^{k_i}$$

$$p(k_1, k_1, \ldots, k_1) = \frac{1}{G(K)} \prod_{i=1}^{m} \overline{p}_i(k_i)$$

$$G(K) = \sum_{k_1+k_2+\ldots+k_m=K} \overline{p}_1(k_1) \cdot \overline{p}_2(k_2) \ldots \overline{p}_m(k_m)$$