MARKOVSKÉ FRONTOVÉ SYSTÉMY

λ intenzita vstupního toku, 1/μ průměrná doba obsluhy, $\rho = \frac{\lambda}{\mu}$

p_k - pravděpodobnost, že je v ustáleném systému *k* zákazníků

E[X] – Střední hodnota počtu zákazníků v systému (fronta + obslužné linky)

E[W] – Průměrná doba v systému (čekání ve frontě + obsluha)

E[F] – Střední počet zákazníků ve frontě

E[S] – Střední počet obsazených linek, Využití systému = E[S]/n

M/M/1/0 $p_0 = \frac{1}{1+\rho};\ p_1 = \frac{\rho}{1+\rho}$

M/M/1/r $p_k = p_0 \cdot \rho^k,\ p_0 = \left(\sum_{i=0}^{r+1} \rho^i\right)^{-1} = \frac{1-\rho}{1-\rho^{r+2}};\ \rho \neq 1$

M/M/1/∞ $p_k = p_0 \cdot \rho^k = (1-\rho)\rho^k;\ \rho < 1,\ E[F] = \frac{\rho^2}{1-\rho},\ E[X] = \frac{\rho}{1-\rho} = \frac{\lambda}{\mu-\lambda},\ E[S] = \rho$

M/M/n/r

$0 \le k \le n; \quad p_{k+1} = \frac{\rho}{(k+1)} p_k$

$n \le k < n+r; \quad p_{k+1} = \left(\frac{\rho}{n}\right) p_k$

M/M/n/∞

$0 \le k \le n; \quad p_{k+1} = \frac{\rho}{(k+1)} p_k, \Rightarrow \quad p_k = \frac{\rho^k}{k!} p_0$

$n < k; \quad p_{k+1} = \left(\frac{\rho}{n}\right) p_k, \Rightarrow \quad p_k = \frac{\rho^k}{n!\,n^{k-n}} p_0$

$\lambda < n\mu,\ p_0 = \left(\sum_{k=0}^{n-1} \rho^k \frac{1}{k!} + \frac{n\rho^n}{n!(n-\rho)}\right)^{-1}$

$E[S] = \rho;\ E[F] = \frac{p_n \rho}{n\left(1-\frac{\rho}{n}\right)^2};\ E[X] = E[S] + E[F]$

Poisson(λ): $P(N(t) = k) = \frac{(\lambda t)^k}{k!} e^{-\lambda t}$, **Exp(μ):** $f(t) = \mu e^{-\mu t};\ F(t) = P(t_0 < t) = 1 - e^{-\mu t}$

Littleho zákon: $E[X] = \lambda \cdot E[W]$

Otevřená Jacksonova síť s *m* uzly

Intenzity uzlů $\vec{\Lambda} = (\Lambda_1, \Lambda_2, \dots, \Lambda_m, \Lambda_0)\ ;\ \vec{\Lambda} = P^T \vec{\Lambda}$

Sdružená hustota pravděpodobnosti stavu $\vec{k} = (k_1, \dots, k_m);\ p(\vec{k}) = \prod_{i=1}^{m} p_i(k_i)$

Uzavřená Jacksonova síť – v síti s *m* uzly je celkem *K* zákazníků

$\bar{p}_i(0) = 1$

$\bar{p}_i(k_i) = \left(\frac{\Lambda_i}{\mu_i}\right)^{k_i}$

$p(k_1, k_2, \dots, k_m) = \frac{1}{G(K)} \prod_{i=1}^{m} \bar{p}_i(k_i)$

$G(K) = \sum_{k_1+k_2+\dots+k_m=K} \bar{p}_1(k_1) \cdot \bar{p}_2(k_2) \dots \bar{p}_m(k_m)$