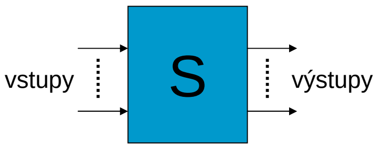
Simulační metody hromadné obsluhy

Systém a model



- Systém
  - Část prostředí, kterou lze od jeho okolí oddělit fyzickou nebo myšlenkovou hranicí
- Model
  - Zjednodušený, abstraktní nástroj používaný pro predikci chování modelovaných systémů
  - Zjednodušení z hlediska daného záměru
- Modelování
  - Obecná metoda společná všem vědám

Příklady systémů

- Podnik (z ekonomického hlediska)
- Oblast města (z dopravního hlediska)
- Křižovatky
- Vozidlo
- Tlumení u osobního auta
- Řidič

Nejvěrnější obraz reality

X

Jednoduchost modelu

Rozdělení modelů

- Fyzikální
    - maketa letadla v aerodynamickém tunelu
- Matematické
    - Analytické
    - Simulační
        - Nástroj hrubé síly
        - Pro komplexní systémy

Deterministické modely

- Exaktně popisují danou situaci (například rovnicí)
- př: srážka vozidel předepsané konstrukce, produkce výrobní linky

Stochastické modely

- Vstupní parametry modelu jsou vyjádřeny jako náhodné veličiny.
- Stochastický model dává při stejných parametrech na výstupu různé výsledky.
- př: vstup zákazníků, zpoždění, chyba měření

Výhody simulačních modelů

- Analýzu systémů pro něž neexistují analytické modely
- Neobvyklé situace
- Studium systémů v reálném čase
- Experimenty i v případě zvýšených požadavků na investice, či bezpečnost
- Modelování systémů může pomoci porozumět skrytým procesům

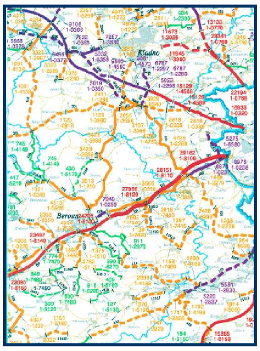
Nevýhody simulačních modelů

- Časová a finanční náročnost
  (Mohou existovat jednodušší techniky pro řešení daného problému)
- Množství požadovaných vstupních dat
- Občas je lidé vnímají jako „black box“
  - Musíme porozumět jejich principům a předpokladům
- Musíme použít vhodné metody kalibrace a validace

Simulace v dopravě

- Předpoklady
  - Jedná se o komplexní systém
  - Náhodné chování
  - Neexistují analytické metody
  - Experimentování se skutečným systémem není možné (bezpečnost,cena, …)
- Cíle
  - Můžeme sledovat vliv řídících algoritmů
  - Minimalizujeme rizika nevhodné investice
  - Snadné modifikace dopravního návrhu

Kroky při tvorbě modelů



Existující systém

1. Blokové schéma modelu
2. Sběr dat
3. Implementace modelu
4. Verifikace a kalibrace
5. Validace – ověření
6. Interpretace a prezentace výsledků

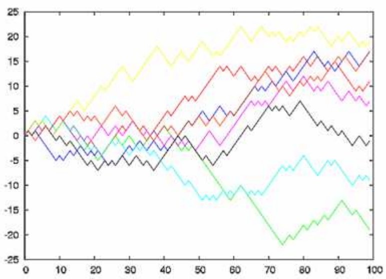
„Dávají výsledky smysl?“
Porovnání programu s jinými modely
Relace mezi vstupem a výstupem

Metoda Monte Carlo

- Metoda, která používá stochastických metod k řešení deterministických problémů.

Postup:

1. Systém nahradíme simulačním modelem se stejnými pravděpodobnostními charakteristikami a chování mnohonásobně simulujeme na modelu.
2. Jednotlivé charakteristiky výstupu nahradíme bodovým odhadem
 - střední hodnotu průměrem
 - pst stavu relativní četností



Obr: Náhodná procházka 2D (1D)

Metoda Monte Carlo

- Při každém běhu dostaneme jiný výsledek
  - Odpovídá reálné situaci
- Každý výsledek jednoho běhu stochastického simulačního modelu musí být považován za jedno pozorování statistického experimentu !
- Kolikrát musíme opakovat simulaci abychom mohli „důvěřovat“ výsledku?

Intervalový odhad zkoumaných veličin

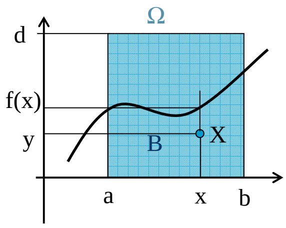
- Provádíme *n* nezávislých pokusů – získáme realizace *Xi* zkoumané náhodné veličiny . Interval spolehlivosti pro odhad střední hodnoty náhodné veličiny

$$\left(\overline{X} - t_{\frac{(1-\alpha)}{2},(n-1)} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} ; \overline{X} + t_{\frac{(1-\alpha)}{2},(n-1)} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right)$$

- σ - standardní odchylka získaná ze vzorku
- α – hladina významnosti

$t_{\frac{(1-\alpha)}{2},(n-1)}$ kvantil Studentova rozdělení s (n-1) stupni volnosti

Výpočet integrálu metodou Monte Carlo



$$I = \int_a^b f(x)$$

$$\Omega = \langle a,b\rangle \times \langle 0,d\rangle$$

$$I = S_B$$

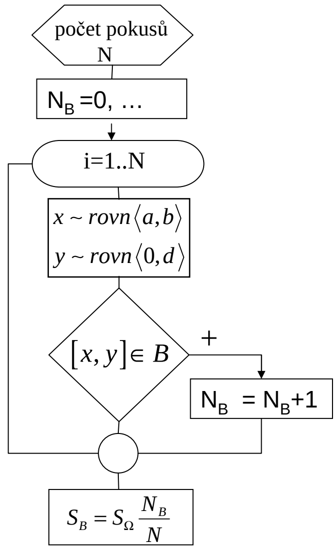
X … náhodně vybraný bod z Ω

$$X \in B \Leftrightarrow f(x) > y$$

$$P(X \in B) = \frac{S_B}{S_\Omega}$$

Pravděpodobnost odhadneme relativní četností

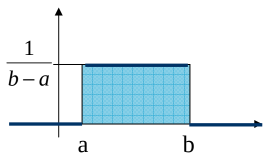
$$P(X \in B) = \frac{N_B}{N_\Omega}$$

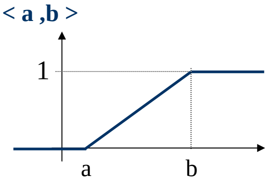


Náhodná čísla - realizace náhodné veličiny s daným rozdělením

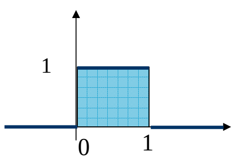
Pozn: Počítačové algoritmy používají deterministické modely – tzv. pseudonáhodná čísla

1. Rovnoměrné rozdělení na < a ,b >





Předpokládejme, že máme k dispozici realizace náhodné veličiny $X \sim rovn\langle 0,1\rangle$

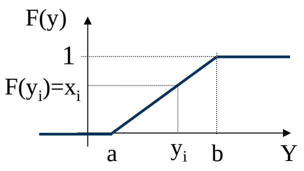


$$Y \sim rovn\langle a,b\rangle$$

$$Y_i = a + (b-a)X_i$$

Obecný postup pro vytváření náhodných čísel

Nechť je dána náhodná veličina *Y*, *F(Y)* je její distribuční funkce. Pak realizace náhodné veličiny $X_i = F(Y_i)$ mají rovnoměrné rozdělení $X_i \sim rovn\langle 0,1 \rangle$

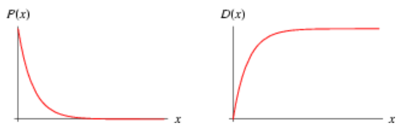


$$P(Y_i < Y_0) = F(Y_0)$$
$$P\left(Y_i < F^{-1}(X_0)\right) = X_0$$
$$P\left(F(Y)_i < X_0\right) = X_0$$
$$P(X_i < X_0) = X_0$$
$$F(X_0) = X_0$$

$$Y \sim rovn\langle a,b \rangle$$
$$x = F(y) = \frac{y-a}{b-a}$$
$$Y_i = X_i(b-a) + a$$

```
Y=rand(n)
```

2. Exponenciální rozdělení



$$f(y) = \lambda e^{-\lambda y}$$
$$F(y) = 1 - e^{-\lambda y}$$

$$x = 1 - e^{-\lambda y}$$
$$e^{-\lambda y} = 1 - x$$
$$-\lambda y = \ln(1-x)$$
$$y = \frac{\ln(1-x)}{-\lambda}$$

```
function y=randexp(n,b)
for i=1:n
x(i)=rand;
y(i)=-log(1-x(i))/b;
end
```

```
function y=erlang(n,b,k)
for i=1:n
 y(i)=0
 for j=1:k
  x(j)=randexp(1,b);
  y(i)=y(i)+x(j);
 end
end
```

3. Erlangovo rozdělení

$$f(y) = \frac{\lambda^k y^{k-1}}{(k-1)!} e^{-\lambda y}$$

součet k nezávislých náhodných veličin s exponenciálním rozdělením

Kompoziční metoda
- vygenerujeme k náhodných veličin s exponenciálním rozdělením a sečteme

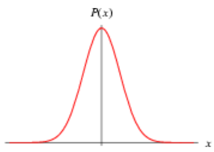
4. Gaussovo normální rozdělení

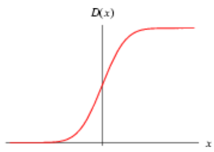
```
X=randn(n)
```

$$f(y)=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\cdot e^{-\frac{(y-\mu)^2}{2\sigma^2}} \qquad Y\sim N\left(\mu,\sigma^2\right)$$

$$X\sim N(0,1)$$

$$Y=\mu+\sigma X$$





4. Raylleighovo rozdělení

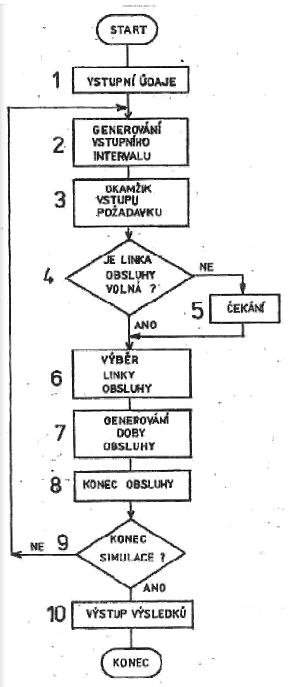
$$f(t)=\frac{2(y-a)}{c^2}\cdot e^{-\frac{(y-a)^2}{c^2}}$$

$$F(y)=1-e^{-\frac{(y-a)^2}{c^2}}$$

$$Y_i=a+c\sqrt{-\ln X_i}$$

Typy simulačních modelů

- **synchronně** – metoda pevného kroku
  analýza možných událostí systému probíhá v pevně daných krocích
  algoritmicky jednoduchá
  nutno volit dostatečně malý krok, náročnější na strojový čas
- **asynchronně** – proměnný časový krok
  výpočty probíhají pouze v okamžicích událostí v SHO



1. parametry systému, délka simulace (počet požadavků)
2. generování intervalu vstupu, který v bloku 3. připočítáváme k předcházejícímu okamžiku vstupu
4. jsou-li všechny linky obsazeny zařadí se požadavek do fronty
5. dobu čekání každého požadavku zaznamenáme
8. okamžik ukončení obsluhy = okamžik výstupu obslouženého požadavku ze systému, doby čekání a doby obsluhy zaznamenáme
9. zjištění, zda byly realizovány všechny požadavky na obsluhu

MATLAB Command Window

File Edit View Window Help

187.0000	8.8384	0.0759	0.0126	8.9270
188.0000	8.8517	0.0753	0.0312	8.9582
189.0000	8.9334	0.0248	0.0064	8.9646
190.0000	9.0529	0	0.0323	9.0852
191.0000	9.0661	0.0192	0.0094	9.0946
192.0000	9.0798	0.0149	0.0295	9.1241
193.0000	9.0823	0.0418	0.0235	9.1477
194.0000	9.0864	0.0613	0.0208	9.1685
195.0000	9.1376	0.0309	0.0260	9.1945
196.0000	9.1482	0.0463	0.0951	9.2896
197.0000	9.2410	0.0486	0.0139	9.3035
198.0000	9.2506	0.0529	0.0171	9.3206
199.0000	9.2599	0.0607		
200.0000	9.5183	0		

```
Celková doba simulace
    9.5359

Celkové čekání
   15.4119

Průměrné čekání
    0.0771

Celkový čas obsluhy
    6.7642

Průmerny čas obsluhy
    0.0338

Celkový součet pobytu
   22.1761

Průměrný pobyt v systému
    0.1109

Celková doba flákání linky
    2.6218

Využití linky po dobu simulace
   27.4938
```

Dokument Acrobatu