

Lineární algebra – sylabus na rok 2023/2024

Přednášky

1. Vektorový prostor nad tělesem \mathbf{R} a \mathbf{C} , příklady prostorů. Podprostory vektorového prostoru, příklady podprostorů. Lineární kombinace vektorů, lineární závislost a nezávislost vektorů, příklady. Průnik a spojení podprostorů.
2. Generátory vektorového prostoru, lineární obal množiny vektorů, dimenze a báze vektorového prostoru. Souřadnice vektoru vzhledem k bázi. Transformace souřadnic.
3. Matice. Základní maticové operace a jejich vlastnosti. Transponování matic. Speciální typy matic a jejich vlastnosti (diagonální, trojúhelníková, symetrická, antisymetrická, hermitovská). Vektorový prostor matic. Matice jako lineární zobrazení.
4. Elementární transformační úpravy. Hodnota matice. Matice singulární, regulární, inverzní matice. Výpočet inverzní matice.
5. Soustava lineárních homogenních rovnic. Struktura řešení. Soustava nehomogenních lineárních rovnic. Existence řešení. Struktura řešení. Gaussova eliminační metoda. Soustavy lineárních rovnic s parametry a jejich řešitelnost. Maticové rovnice.
6. Determinant. Definice determinantu, vlastnosti determinantu. Základní metody výpočtu determinantu. Rozvoj determinantu.
7. Užití determinantů. Cramerovo pravidlo, výpočet inverzní matice, hodnota matice, obsahu rovnoběžníku, objemu čtyřstěnu a rovnoběžnostěnu. Příklady.
8. Skalární součin vektorů, velikost vektoru, úhel vektorů. Ortogonální a ortonormální báze. Ortogonalizační proces. Ortogonální matice. Vektorový součin. Příklady použití skalárního a vektorového součinu v analytické geometrii.
9. Podobnost matic, vlastní čísla, vlastní vektory, zobecněné vlastní vektory. Řešení vzorových příkladů.
10. Transformační matice. Jordanova buňka, Jordanův kanonický tvar. Řešení vzorových příkladů.
11. Kvadratické formy. Maticová reprezentace. Vyjádření vzhledem k normální bázi. Symetrické úpravy matic. Řešení vzorových příkladů.
12. Klasifikace forem, signatura formy, zákon setrvačnosti. Metody klasifikace forem v reálném oboru (symetrické úpravy, metoda hlavních horních minorů, transformace). Řešení vzorových příkladů.
13. Rezerva.

Cvičení

1. Příklady vektorových prostorů a podprostorů. Lineární kombinace vektorů, lineární závislost a nezávislost vektorů.
2. Generátory vektorového prostoru, dimenze a báze vektorového prostoru. Souřadnice vektoru vzhledem k bázi.
3. Matice, operace s maticemi. Transponování matic. Elementární transformační úpravy. Hodnota matice. Speciální typy matic a jejich vlastnosti.
4. Inverzní matice. Maticové rovnice.
5. Soustava lineárních homogenních rovnic. Soustava nehomogenních lineárních rovnic. Gaussova eliminační metoda. Soustavy lineárních rovnic s parametry a jejich řešitelnost.
6. Metody výpočtu determinantu. Cramerovo pravidlo, výpočet inverzní matice, obsah rovnoběžníku, objem čtyřstěnu a rovnoběžnostěnu.

Vzorové příklady k látce z bodů 9 až 12 budou probírány na přednáškách.

Prof. RNDr. Martina Bečvářová, Ph.D.