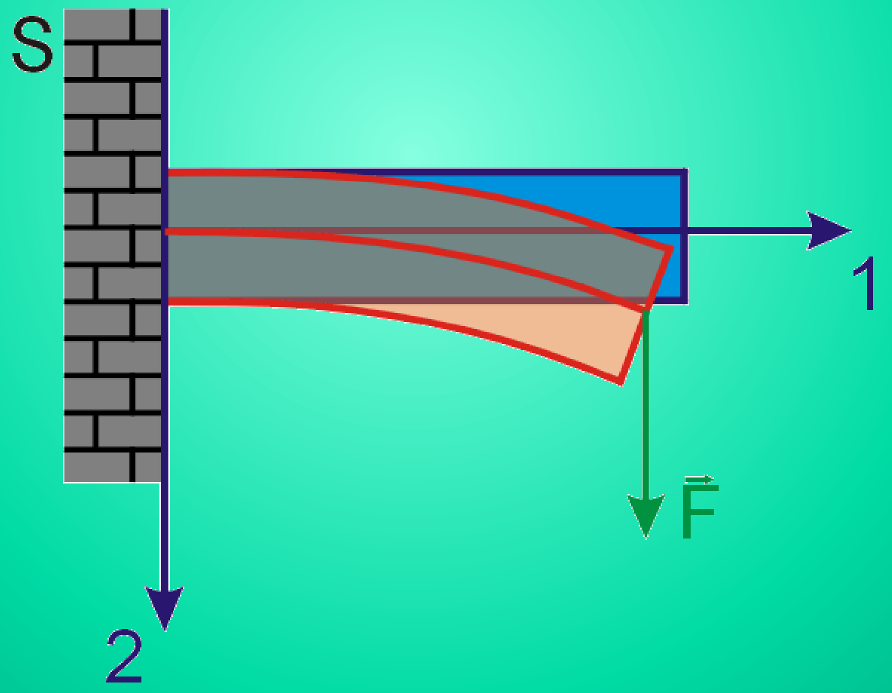
Dynamika kontinua



deformovatelná tělesa

deformace
pohyb tekutin
vlnění

$$m = \int dm$$

$$\vec{r}_s = \frac{1}{m} \int \vec{r}\, dm \qquad \vec{v}_s = \frac{1}{m} \int \vec{v}\, dm \qquad \vec{a}_s = \frac{1}{m} \int \vec{a}\, dm$$

Popis kontinua

- 1 Vybrat v kontinuu individuální bod (malý objem) a sledovat jeho dráhu, rychlost a zrychlení **Lagrangeova metoda**

$$X_1, X_2, X_3 \qquad x_1 = x_1(X_1, X_2, X_3, t)$$

$$x_2 = x_2(X_1, X_2, X_3, t) \qquad T = T(X_1, X_2, X_3, t)$$

$$x_3 = x_3(X_1, X_2, X_3, t)$$

- 2 Vybrat si pevný bod v prostoru a sledovat, jak se v tomto pevném místě v prostoru mění rychlost a zrychlení spojitého prostředí, tj. prostředí, které do něj přitéká a odtéká **Eulerova metoda**

$$x_1, x_2, x_3 \qquad T = T(x_1, x_2, x_3, t)$$

Eulerův pozorovatel

$$\frac{dT}{dt} = \frac{\partial T}{\partial t}$$ lokální časová změna

Lagrangeův pozorovatel

$$\frac{dT}{dt} = \frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial T}{\partial x_1}\frac{dx_1}{dt} + \frac{\partial T}{\partial x_2}\frac{dx_2}{dt} + \frac{\partial T}{\partial x_3}\frac{dx_3}{dt}$$ totální derivace

$$= \frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial T}{\partial x_1}v_1 + \frac{\partial T}{\partial x_2}v_2 + \frac{\partial T}{\partial x_3}v_3 = \frac{\partial T}{\partial t} + \left(\vec{v} \cdot \operatorname{grad} T\right)$$

konvektivní časová změna

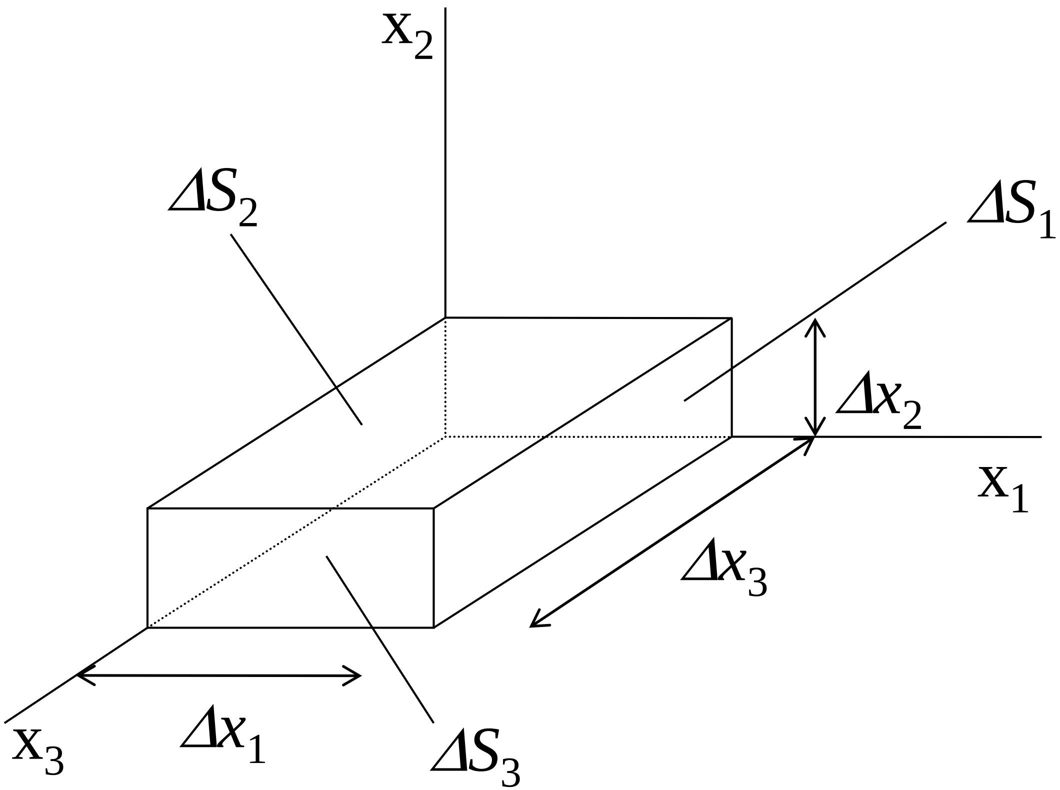
$$\boxed{\frac{dT}{dt} = \frac{\partial T}{\partial t} + \left(\vec{v} \cdot \operatorname{grad} T\right)}$$

Dynamika kontinua

- vnější
- vnitřní

síly krátkého dosahu
síly dlouhého dosahu

síly povrchové – plošné
síly objemové

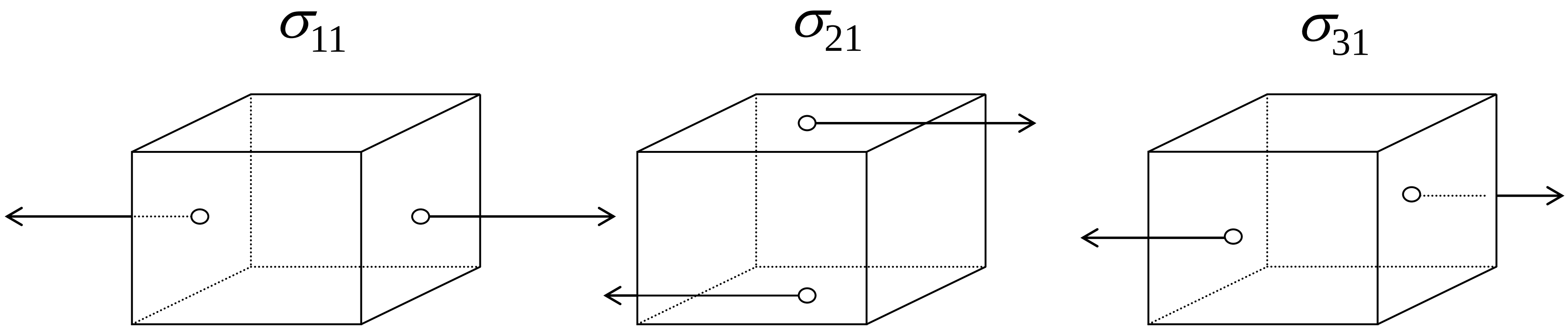


$$\Delta S_1 = \Delta x_2 \ \Delta x_3$$

$$\Delta S_2 = \Delta x_1 \ \Delta x_3$$

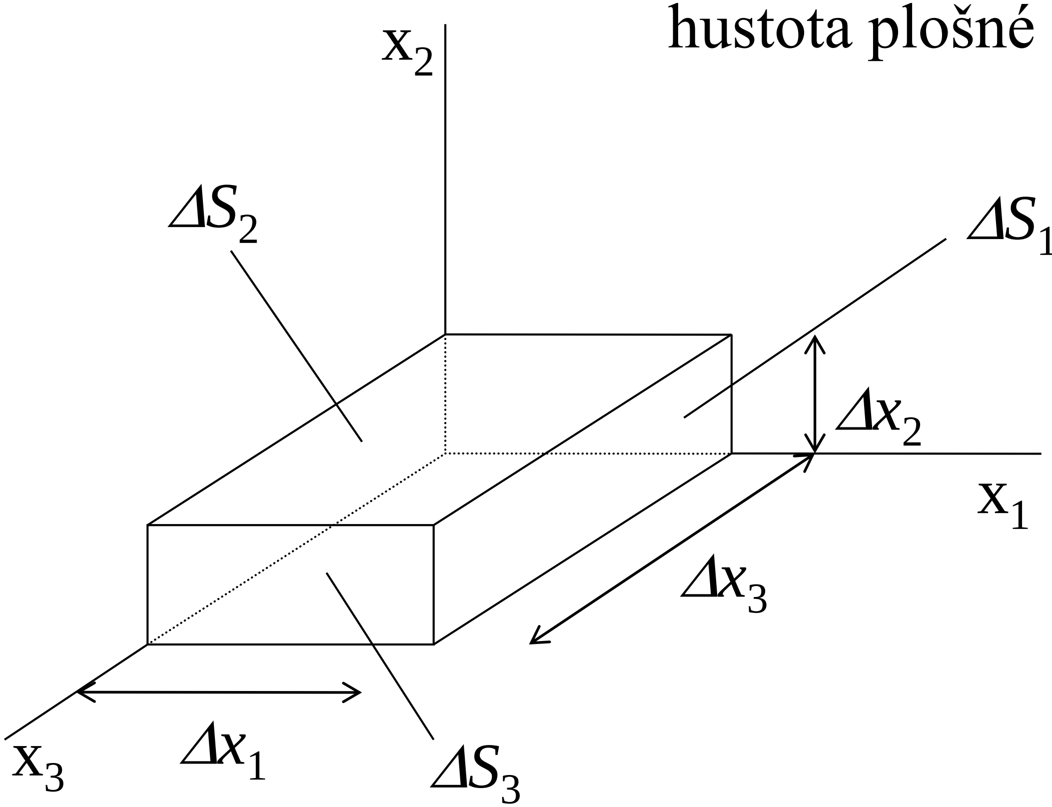
$$\Delta S_3 = \Delta x_1 \ \Delta x_2$$

Plošné síly



$$\sigma_{21} = \lim_{\Delta S_2 \to 0} \frac{\Delta P_1}{\Delta S_2}$$

$$\sigma_{ki} = \lim_{\Delta S_k \to 0} \frac{\Delta P_i}{\Delta S_k}$$



hustota plošné síly $\vec{f} = \lim\limits_{\Delta V \to 0} \dfrac{\Delta \vec{P}}{\Delta V}$

$$f_1 = \lim_{\Delta V \to 0} \frac{\Delta P_1}{\Delta V} = \lim_{\substack{\Delta x_1 \to 0 \\ \Delta S_1 \to 0}} \frac{\Delta P_1}{\Delta x_1 \Delta S_1}$$

$$= \lim_{\substack{\Delta x_2 \to 0 \\ \Delta S_2 \to 0}} \frac{\Delta P_1}{\Delta x_2 \Delta S_2}$$

$$= \lim_{\substack{\Delta x_3 \to 0 \\ \Delta S_3 \to 0}} \frac{\Delta P_1}{\Delta x_3 \Delta S_3}$$

$$f_1 = \frac{\partial \sigma_{11}}{\partial x_1} + \frac{\partial \sigma_{21}}{\partial x_2} + \frac{\partial \sigma_{31}}{\partial x_3}$$

$$\boxed{f_i = \sum_{k=1}^{3} \frac{\partial \sigma_{ki}}{\partial x_k}}$$

statický tlak (tekutiny)

$$-p = \sigma_{11} = \sigma_{22} = \sigma_{33}$$

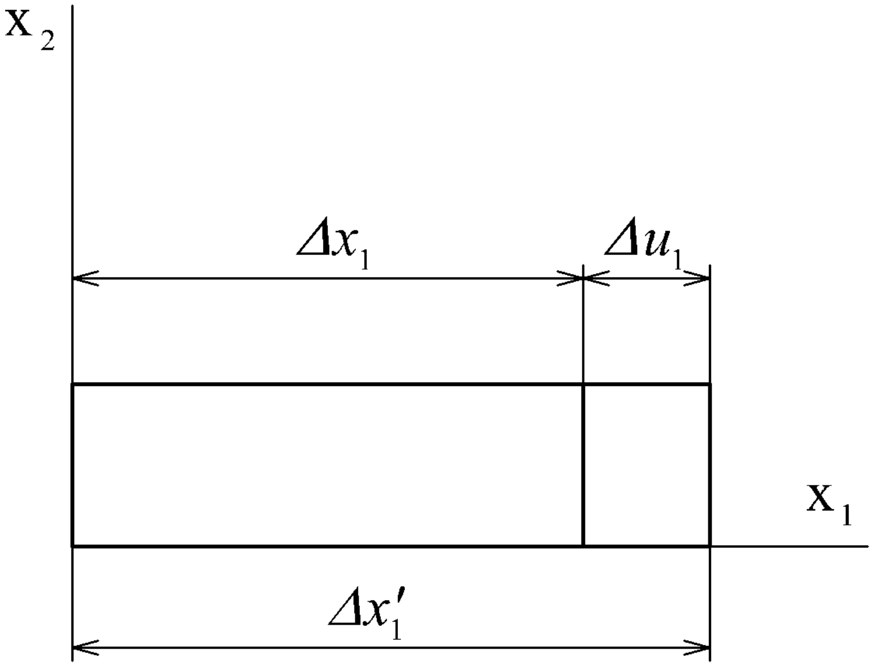
$$f_i = -\frac{\partial p}{\partial x_i} \qquad \vec{f} = -\operatorname{grad} p$$

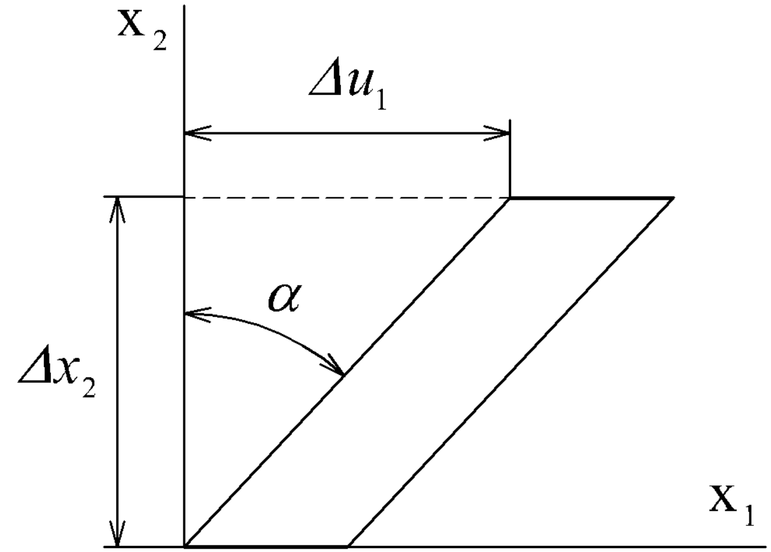
Deformace tělesa

vektor posunutí $\vec{u} = \vec{r}\,' - \vec{r} \quad \left(u_i = x_i' - x_i\right)$

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d\vec{u}}{dt}$$

relativní prodloužení $\varepsilon = \dfrac{l' - l}{l}$





$$E > G$$

$G = 0$ tekutiny

$$\varepsilon = \frac{\Delta u_1}{\Delta x_1}$$

Hookův zákon

$$\sigma_{ii} = E\frac{\partial u_i}{\partial x_i}$$

$$\varepsilon = \frac{\partial u_1}{\partial x_1} \qquad \varepsilon_i = \frac{\partial u_i}{\partial x_i}$$

$$\sigma = E\varepsilon$$

$$\sigma_{ik} = G\frac{\partial u_k}{\partial x_i}$$

E Youngův modul pružnosti v tahu, G modul pružnosti ve smyku

Trhliny v ledovci podmíněné existencí smykového napětí při okraji ledovce.
http://www.acad.carleton.edu/curricular/GEOL/Links/AlumContributions/blueice/terms.html

Objemové síly

$$\Delta\vec{F}(\vec{r},t)$$

intenzita pole $$\vec{K}\left(\vec{r},t\right)=\lim_{\Delta m\to 0}\frac{\Delta\vec{F}\left(\vec{r},t\right)}{\Delta m}=\lim_{\Delta V\to 0}\frac{\Delta\vec{F}\left(\vec{r},t\right)}{\rho\,\Delta V}$$

$$\vec{K}=\frac{\vec{F}}{m}$$

hustota objemové síly $$\vec{f}_0\left(\vec{r},t\right)=\lim_{\Delta V\to 0}\frac{\Delta\vec{F}\left(\vec{r},t\right)}{\Delta V}$$

$$\vec{f}_0=\rho\,\vec{K}$$

deformovatelné těleso v rovnováze $$\sum_{k=1}^{3}\frac{\partial\sigma_{ki}}{\partial x_k}+f_{i0}=0\quad,\qquad i=1,2,3$$

Mechanika tekutin

Tekutiny – plyny a kapaliny

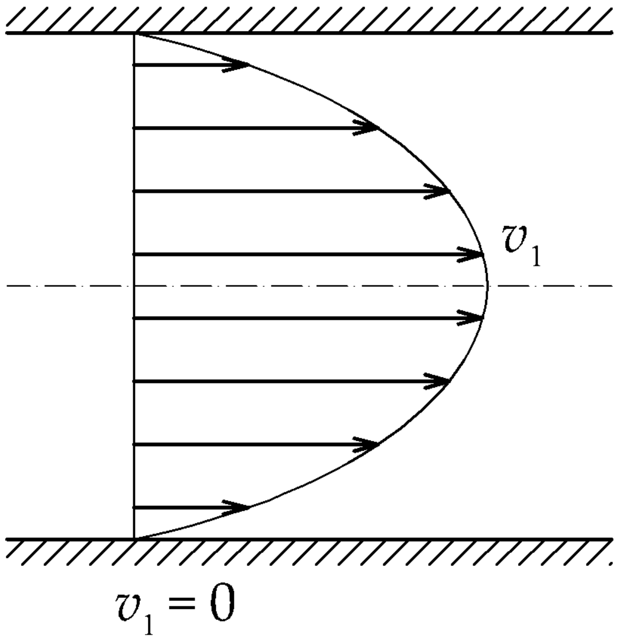
stlačitelné, nestlačitelné

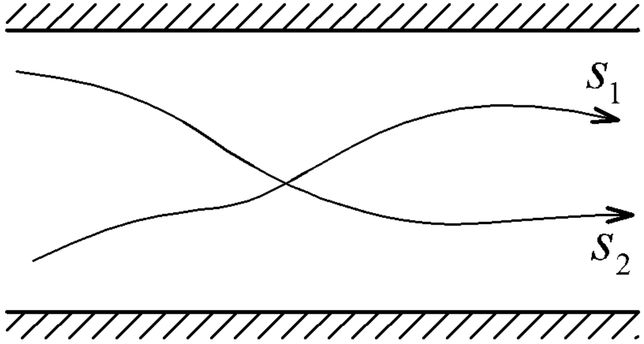
ideální tekutina

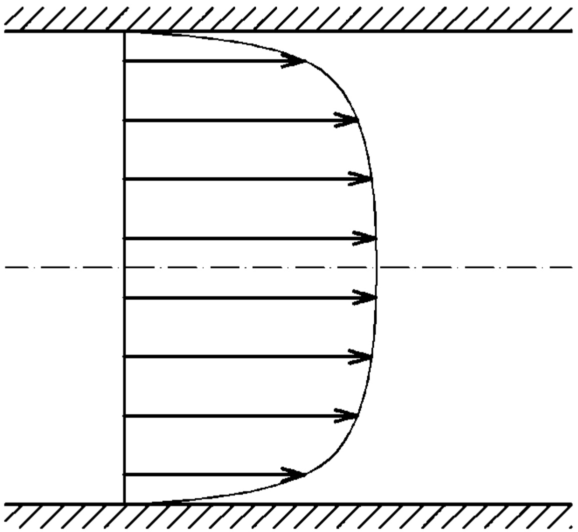
reálná tekutina

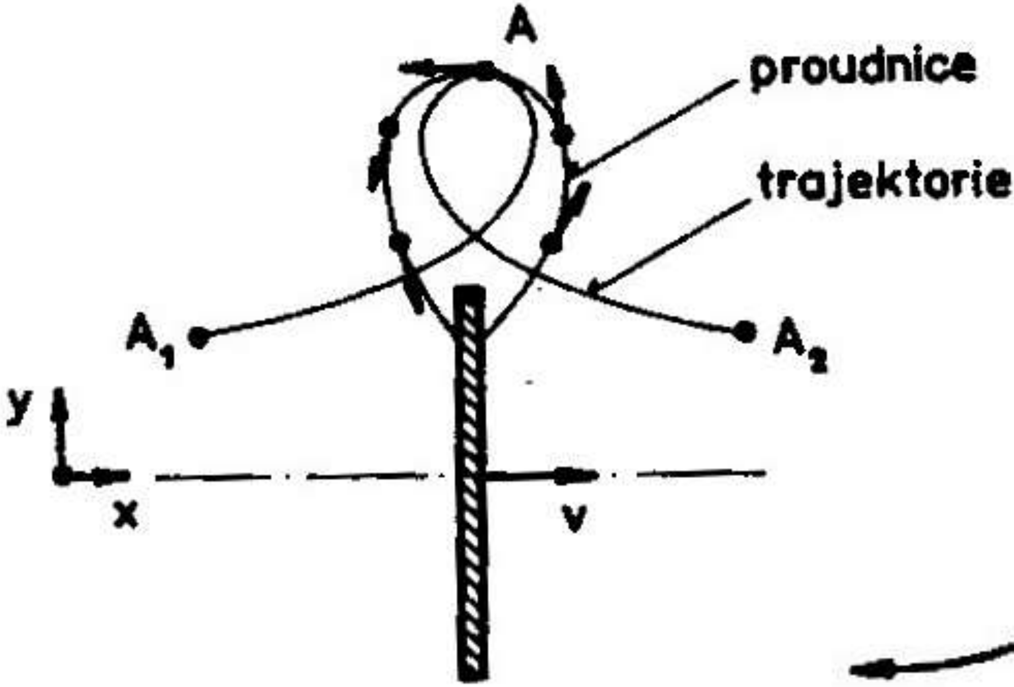
proudění – laminární

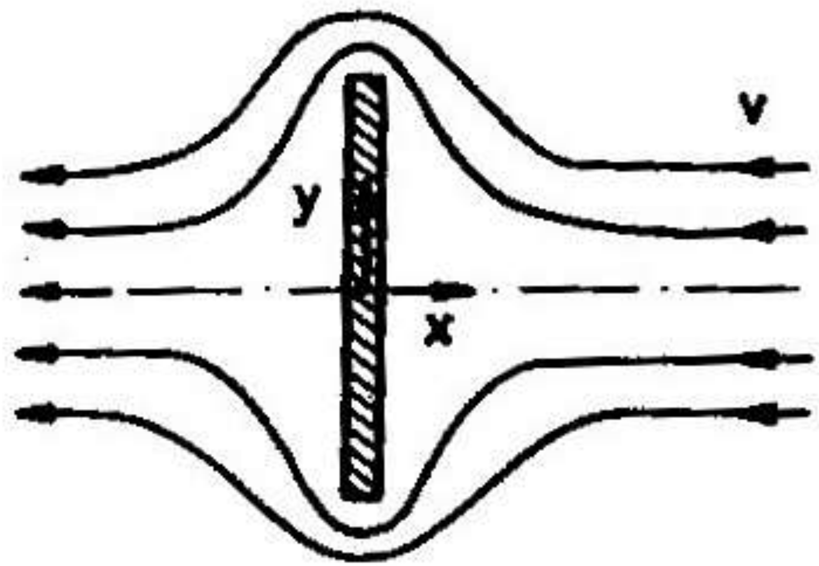
turbulentní











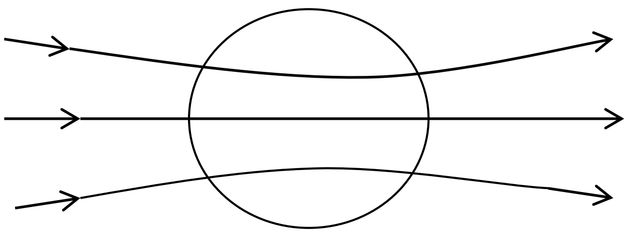
NOSKIEVIČ J. A KOL.: *Mechanika tekutin, SNTL* Praha, 1987

Halliday, Resnik, Walker: Fyzika, Prometheus, 2003

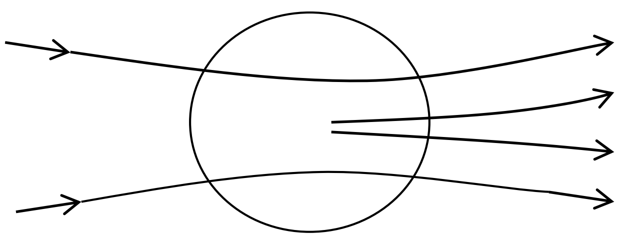
Proudnice přírůstek, úbytek

$$\vec{\nabla} = \left(\frac{\partial}{\partial x_1}, \frac{\partial}{\partial x_2}, \frac{\partial}{\partial x_3} \right)$$

$$\operatorname{div} \vec{v} = 0$$



$$\operatorname{div} \vec{v} \neq 0$$



$\operatorname{div} \vec{v} \neq 0$ proudění zřídlové

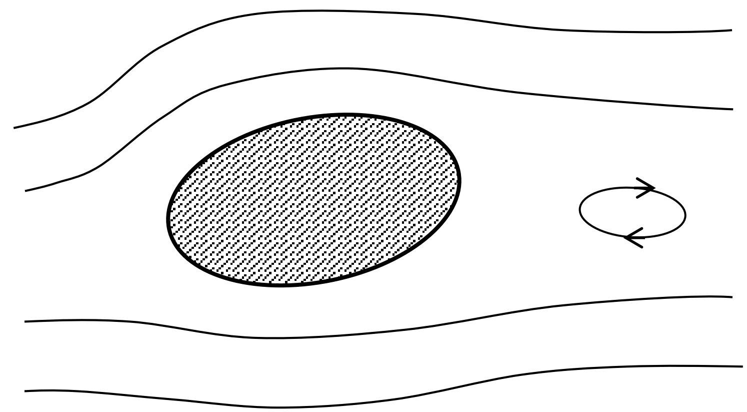
divergence rychlosti

$$\operatorname{div} \vec{v} = \vec{\nabla} \cdot \vec{v}$$

$$\operatorname{div} \vec{v} = \frac{\partial v_1}{\partial x_1} + \frac{\partial v_2}{\partial x_2} + \frac{\partial v_3}{\partial x_3}$$

$$\operatorname{rot} \vec{v} = \vec{\nabla} \times \vec{v}$$

$$\operatorname{rot} \vec{v} \neq 0$$



$\operatorname{rot} \vec{v} \neq 0$ proudění vírové