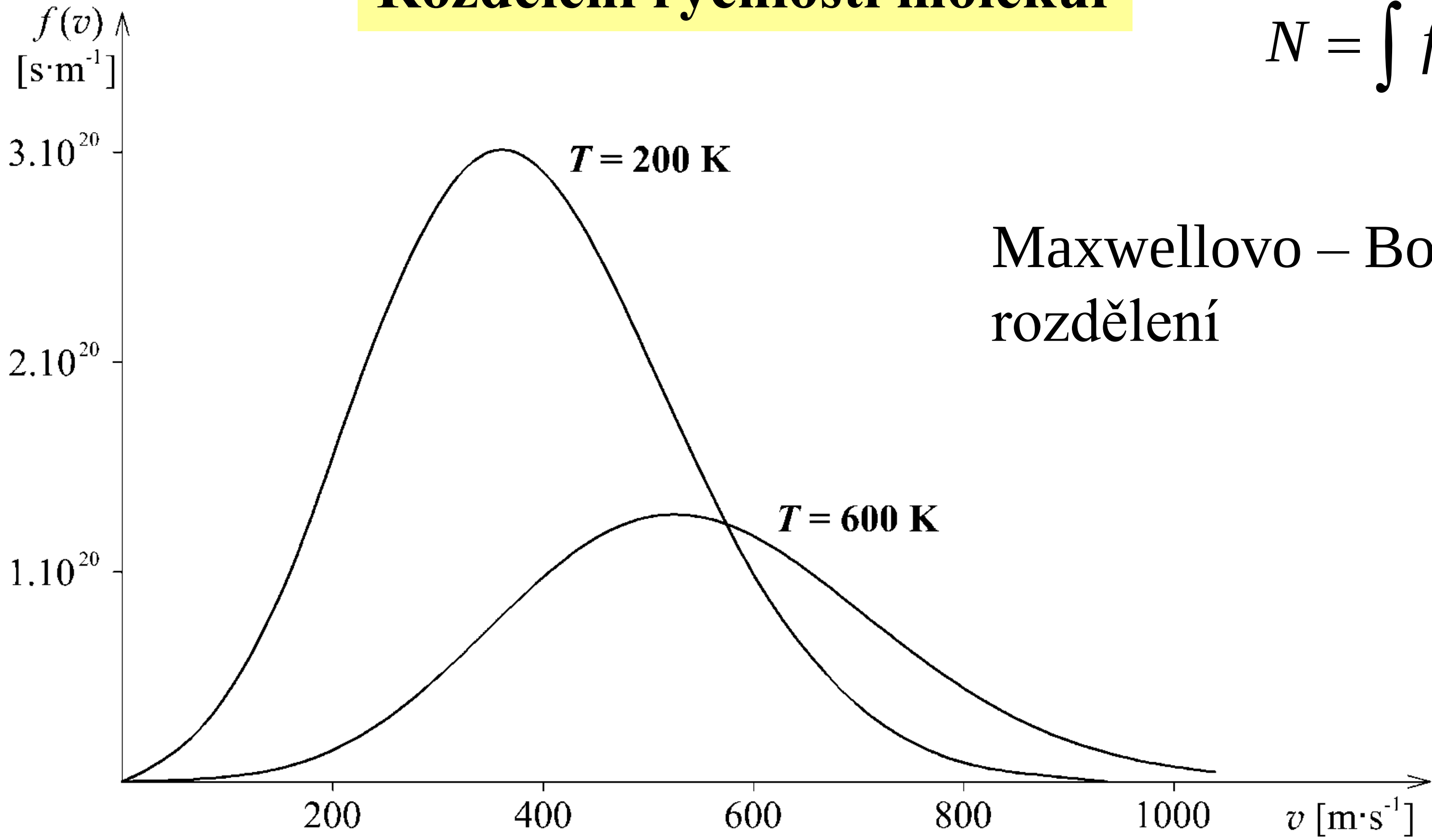
Ekvipartiční teorém

Tepelné přenosy

1. zákon termodynamiky

Rozdělení rychlostí molekul



$$N = \int f(v)\,dv$$

Maxwellovo – Boltzmannovo rozdělení

$$f(v) = Av^2 \exp\left(-\frac{\frac{1}{2}mv^2}{kT}\right) \qquad A = \frac{4N}{\sqrt{\pi}}\left(\frac{m}{2kT}\right)^{\frac{3}{2}}$$

Kinetická teorie plynů

pružné srážky $W_k = \sum_i W_{ki} = \sum_i N_i \frac{1}{2} m v_i^2 = N \frac{1}{2} m \overline{v^2}$

$$N = \sum_i N_i$$

$$\overline{v^2} = \frac{1}{N} \sum_i N_i v_i^2$$

$\sqrt{\overline{v^2}}$ střední kvadratická rychlost

$$\overline{v^2} = \overline{v_x^2} + \overline{v_y^2} + \overline{v_z^2}$$

$$\overline{v_x^2} = \frac{1}{N} \sum_i N_i v_{xi}^2$$

$\sqrt{\overline{v_x^2}}$ x – ová souřadnice střední kvadratické rychlosti

tlak plynu

jednoatomový plyn (stěna kolmá např. na osu x)

$$p = \frac{\bar{F}}{S}$$

$$I = \bar{F}\Delta t = \Delta p_h = m\Delta v = 2mv$$

změna velikosti hybnosti 1 molekuly po nárazu na stěnu

1 molekula: $\bar{F}_{1i}\Delta t = 2mv_i$

všechny molekuly s rychlostí o velikosti v_i ve směru osy x:

$$\bar{F}_i\Delta t = \frac{N_i}{6V} S v_i \Delta t\, 2mv_i = \frac{N_i}{3V} S\Delta t\, m v_i^2$$

$$\bar{F}\Delta t = \sum_i \left(\frac{N_i}{3V} S\Delta t\, m v_i^2 \right) = \frac{S\Delta t\, m}{3V} \sum_i \left(N_i v_i^2 \right)$$

$$\bar{F} = \frac{S\, m}{3V} \sum_i \left(N_i v_i^2 \right)$$

$$p = \frac{\bar{F}}{S} = \frac{m}{3V} \sum_i \left(N_i v_i^2 \right)$$

$$p = \frac{m}{3V} N \overline{v^2}$$

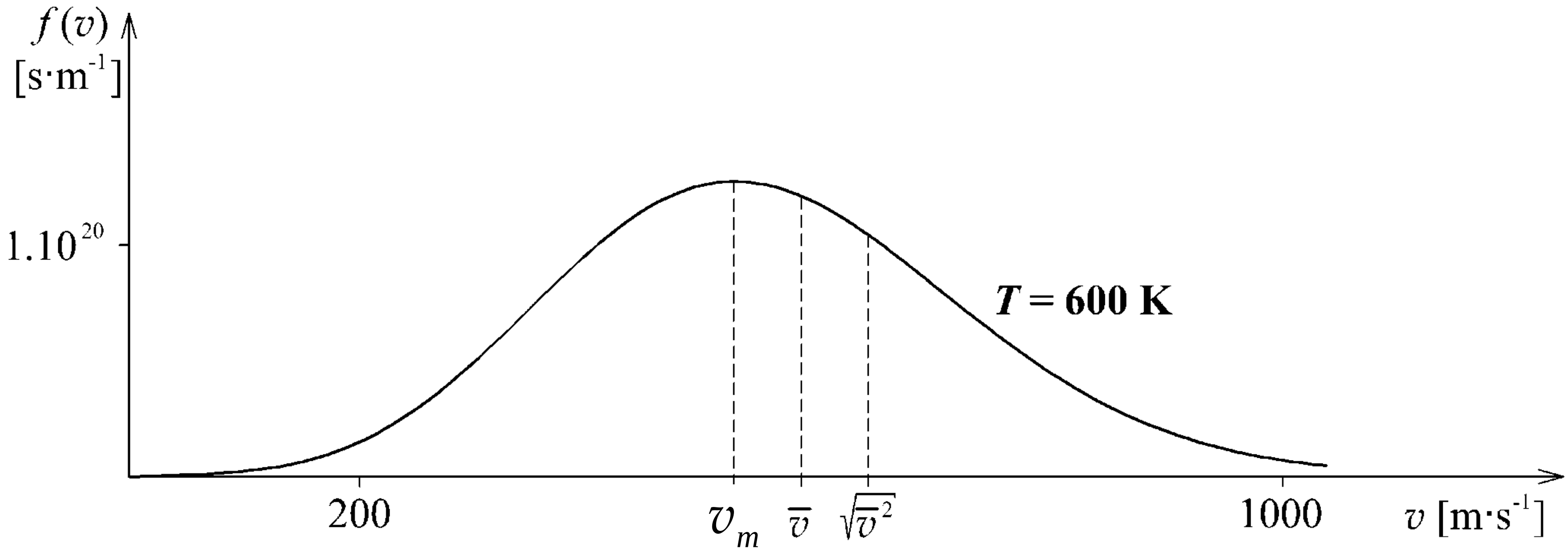
$$pV = NkT$$

$$\frac{m}{3V} N \overline{v^2} V = NkT$$

$$\frac{1}{3} m \overline{v^2} = kT$$

$$\overline{v^2} = \frac{3kT}{m}$$

$$\sqrt{\overline{v^2}} = \sqrt{\frac{3kT}{m}} = \sqrt{\frac{3R_m T}{M_m}}$$ střední kvadratická rychlost



$$\overline{v} = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}} = \sqrt{\frac{8R_m T}{\pi M_m}}$$

$$v_m: \quad \frac{df(v)}{dv} = 0 \wedge \frac{d^2 f(v)}{dv^2} < 0$$

$$v_m = \sqrt{\frac{2kT}{m}} = \sqrt{\frac{2R_m T}{M_m}}$$

Ekvipartiční teorém

$$W_k = \frac{1}{2} m\overline{v^2} = \frac{3}{2} kT$$ 1 – atomová molekula

$$\frac{1}{2} m\overline{v_x^2} = \frac{1}{2} kT \qquad \frac{1}{2} m\overline{v_y^2} = \frac{1}{2} kT \qquad \frac{1}{2} m\overline{v_z^2} = \frac{1}{2} kT$$

2 – atomová molekula $$W_k = \frac{5}{2} kT$$

3 a více – atomová molekula nelineární $$W_k = 3kT$$

3 a více – atomová molekula lineární $$W_k = \frac{5}{2} kT$$

vnitřní energie ideálního plynu $$U = Ns\frac{1}{2} kT = \frac{s}{2} nR_m T$$

Tepelné procesy, přenosy tepla

tepelná energie – teplo

kondukce tepla

konvekce tepla

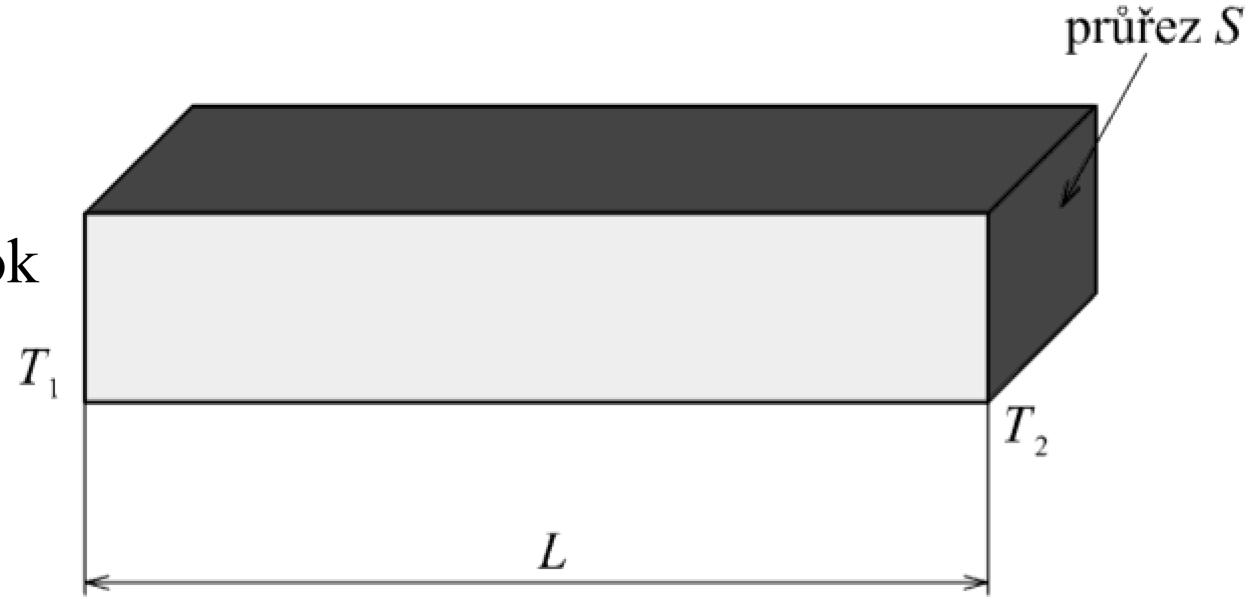
radiace

$$\frac{d^2W}{dS\,d\tau} = \varepsilon\sigma T^4$$ Stefanův – Boltzmannův zákon

$$\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8}\,\mathrm{W} \cdot \mathrm{m}^{-2} \cdot \mathrm{K}^{-4}$$

Kondukce

$$Q_\tau = \frac{dQ}{d\tau}$$ tepelný tok



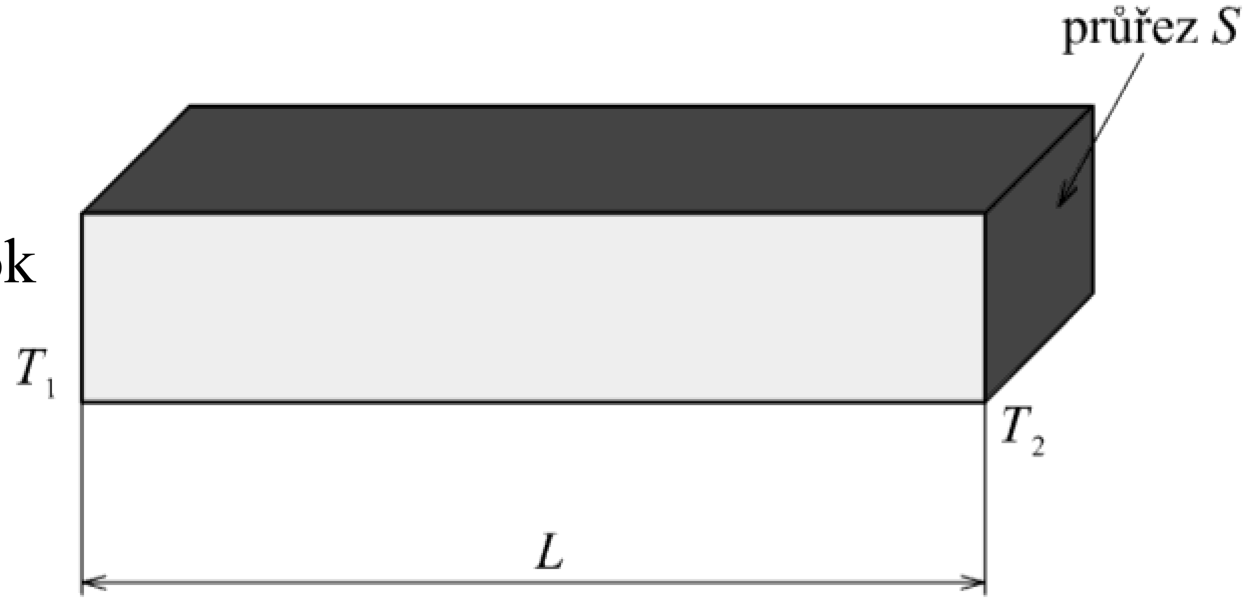
$$\frac{dQ}{d\tau} = -\lambda S \frac{dT}{dx}$$

λ koeficient tepelné vodivosti

materiál	vzduch	Al	Cu	Au	Pt	Ag	ocel	sklo	beton
λ [$W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$]	0,026	237	401	318	353	429	46	0,7–0,9	0,9–1,3

Kondukce

$$Q_\tau = \frac{dQ}{d\tau}$$ tepelný tok



$$\frac{dQ}{d\tau} = -\lambda S \frac{dT}{dx}$$

λ koeficient tepelné vodivosti

$$J_Q = \frac{dQ_\tau}{dS}$$ plošná hustota tepelného toku

$$J_Q = -\lambda \frac{dT}{dx}$$

$$\vec{J}_Q = -\lambda \, \mathrm{grad} T$$ Fourierův zákon

Rovnice vedení tepla

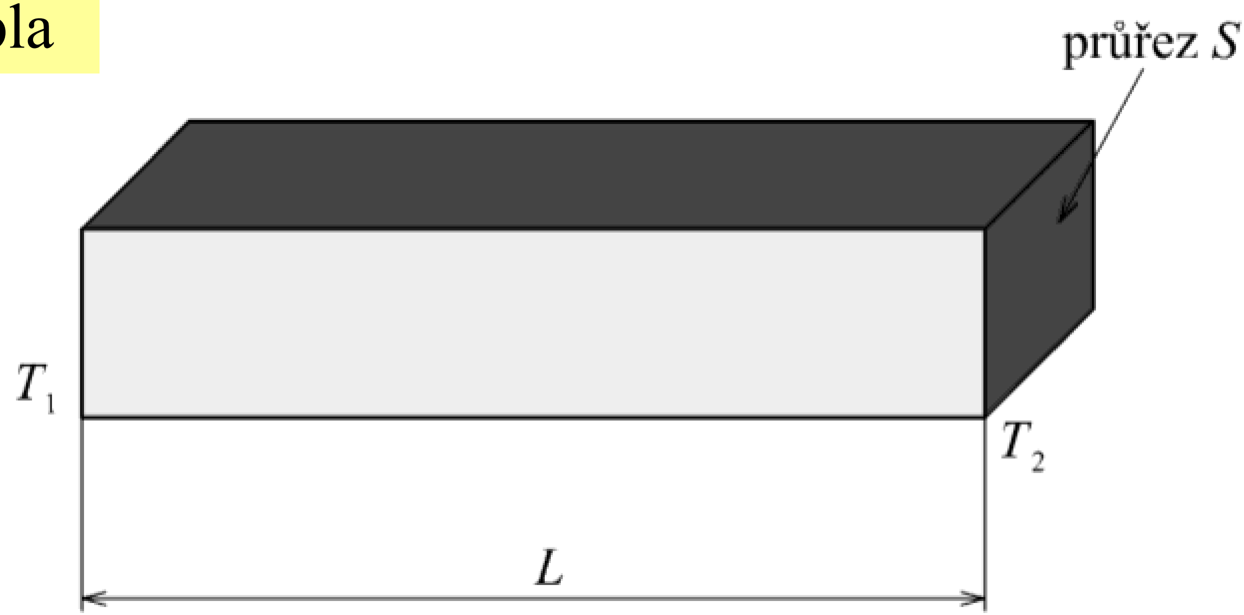
$$c\rho\frac{\partial T}{\partial \tau} - \lambda\nabla^2 T = P_V$$

c měrná tepelná kapacita, ρ hustota látky

P_V hustota tepelného výkonu zdroje

Stacionární vedení tepla

$$c\rho \frac{\partial T}{\partial \tau} - \lambda \nabla^2 T = 0$$



$$\nabla^2 T = 0$$

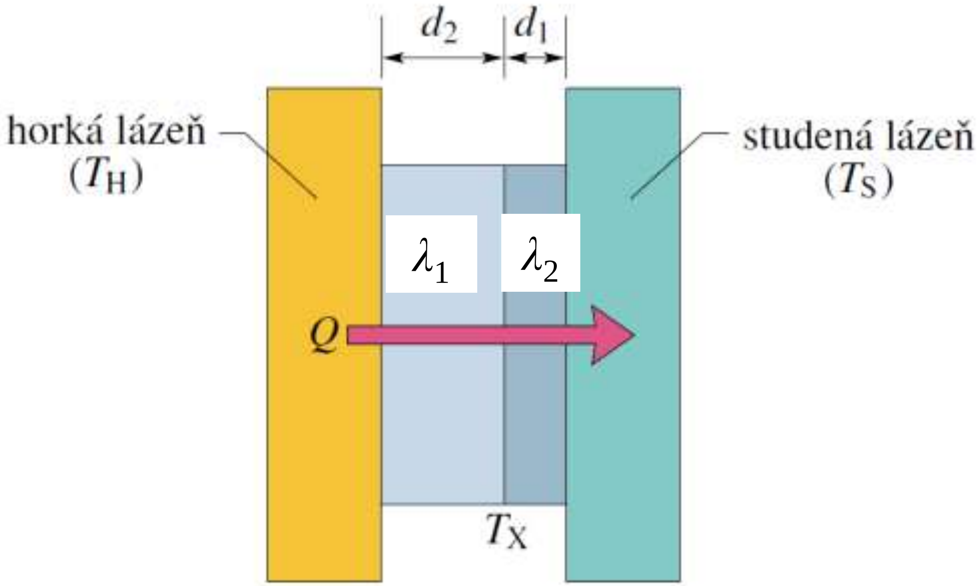
$$\frac{dQ}{d\tau} = -\lambda S \frac{dT}{dx}$$

$$Q_\tau = \lambda \frac{T_1 - T_2}{L} S$$

$$T(x) = \frac{T_2 - T_1}{L} x + T_1$$

$R_T = \dfrac{L}{\lambda S}$ tepelný odpor

$R_T = \dfrac{L}{\lambda}$ plošný tepelný odpor



Halliday, Resnik, Walker: Fyzika, Prometheus, 2003

$$Q_\tau = \lambda \frac{T_H - T_S}{\sum_i R_{Ti}} S$$

tepelná kapacita tělesa $$C = \frac{dQ}{dT}$$

měrná tepelná kapacita látky $$c = \frac{C}{m}$$

molární tepelná kapacita látky $$C_m = \frac{C}{n}$$

látka	hliník	měď	zlato	olovo	stříbro	zinek	rtuť	etylal-kohol
c [kJ·kg^{-1}·K^{-1}]	0,900	0,386	0,126	0,128	0,233	0,387	0,140	2,4
C_m [J·mol^{-1}·K^{-1}]	24,3	24,5	25,6	26,4	24,9	25,2	28,3	111

Dulongovo – Petitovo pravidlo

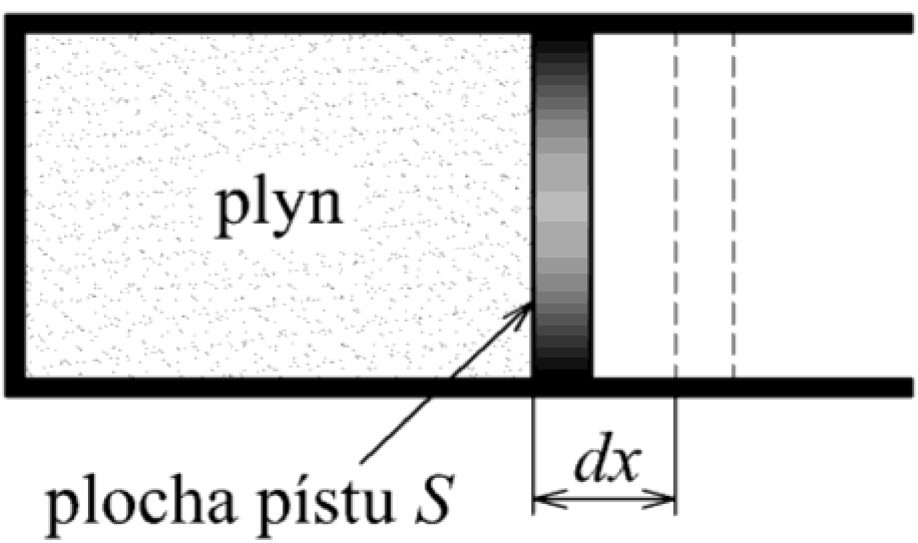
C_m = 24,9 J·mol^{-1}·K^{-1} pro kovy (pro krystalické látky)

1. zákon termodynamiky

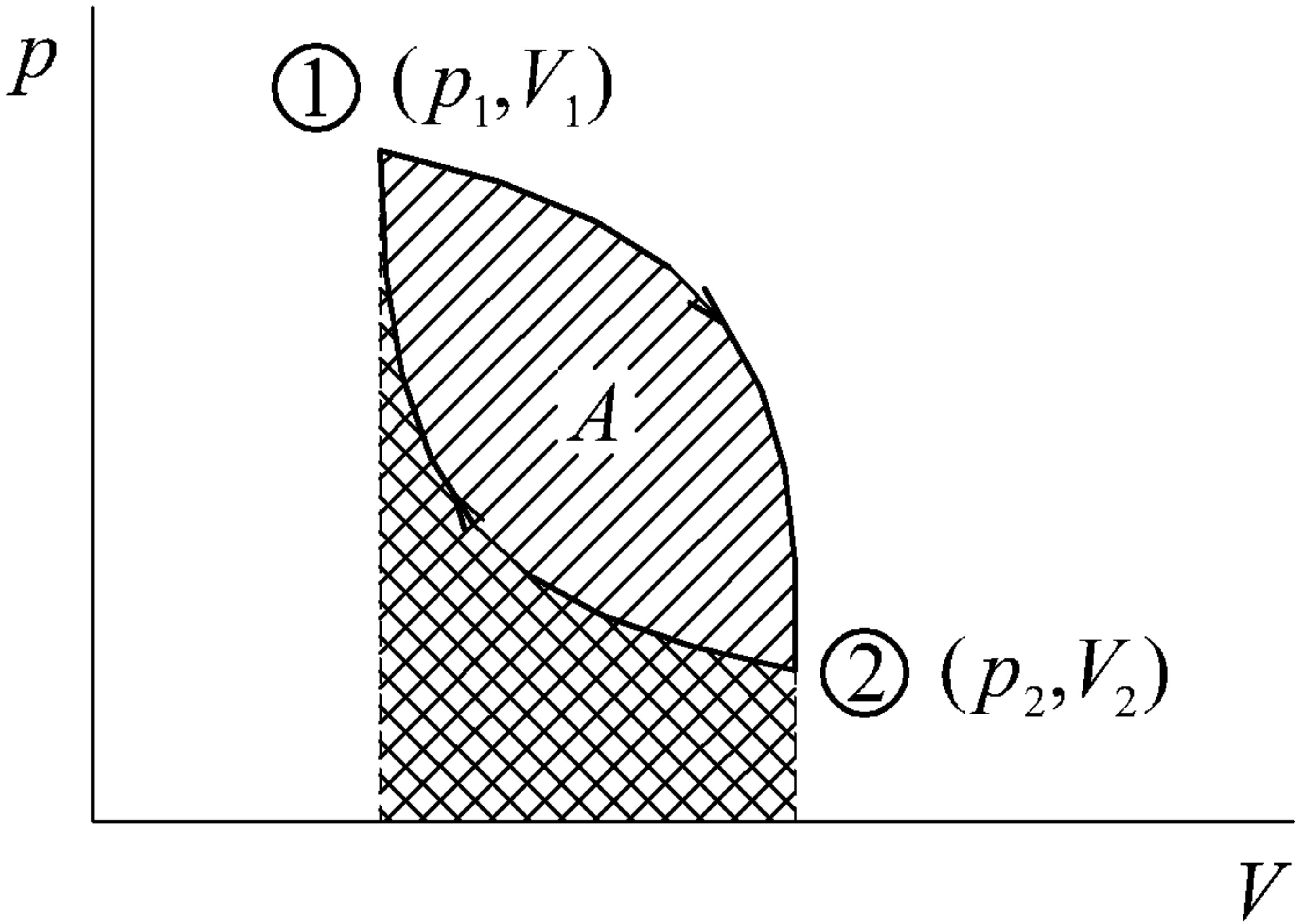
$$dQ = dU + dA$$

Neexistence perpetua mobile 1. druhu

Práce konaná plynem



$$dA = F\,dx = pS\,dx = p\,dV$$



p
① (p1,V1)
A
② (p2,V2)
V

tepelná kapacita při konstantním objemu

$$C_V = \frac{(dQ)_V}{dT} = \frac{dU}{dT}$$

tepelná kapacita při konstantním tlaku

$$C_p = \frac{(dQ)_p}{dT} = \frac{dU}{dT} + \frac{(dA)_p}{dT} \qquad pV = nR_m T$$

$$p\,dV + V\,dp = nR_m dT \qquad dp = 0$$

$$C_p = C_V + nR_m$$

$$C_{mp} = C_{mV} + R_m$$ **Mayerova rovnice**

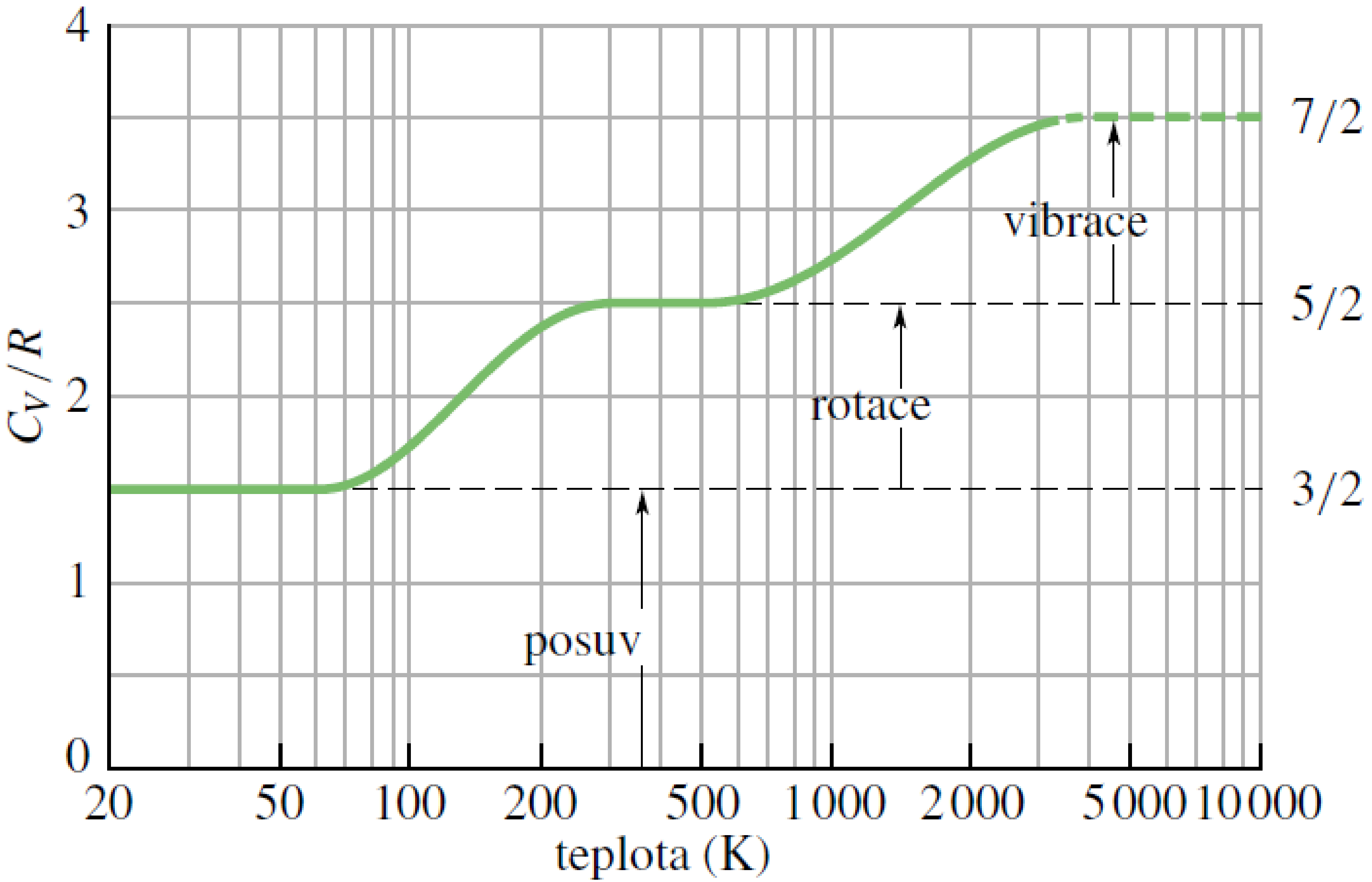
$$U = \frac{s}{2} n R_m T \qquad dU = \frac{s}{2} n R_m dT$$

$$C_{mV} = \frac{s}{2} R_m$$

$$\kappa = \frac{C_{mp}}{C_{mV}}$$

$$C_{mp} = \frac{(s+2)}{2} R_m$$

plyn	H_2	N_2	O_2	Cl_2	Ar	CO_2	vzduch
C_{mV} [J·mol–1·K–1]	20,48	20,76	27,22	21,06	12,68	22,99	20,76
C_{mp} [J·mol–1·K–1]	28,87	29,08	35,60	29,28	20,89	29,34	29,11
κ	1,410	1,401	1,398	1,350	1,698	1,293	1,402

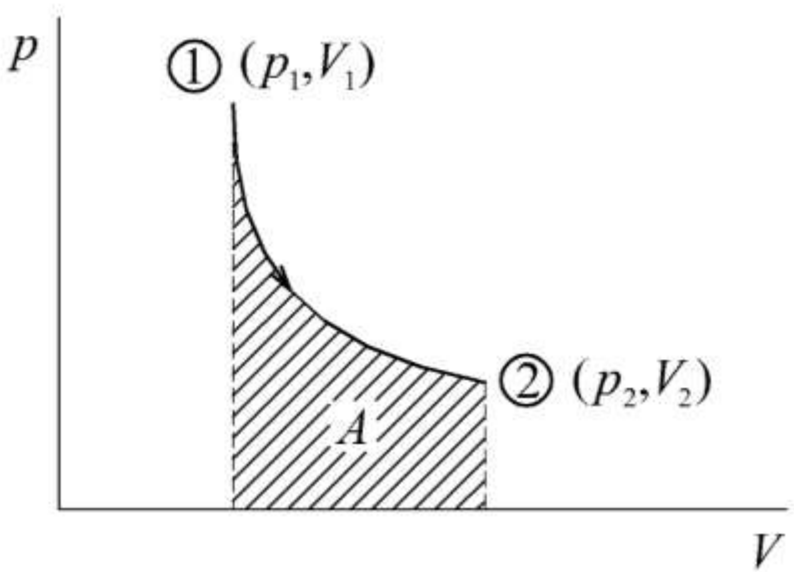


Halliday, Resnik, Walker: Fyzika, Prometheus, 2003

Izotermický děj

$T = \text{konst}$

$pV = \text{konst}$ **Boylův – Mariottův zákon**



$$dU = 0$$

$$dQ = dA = pdV$$

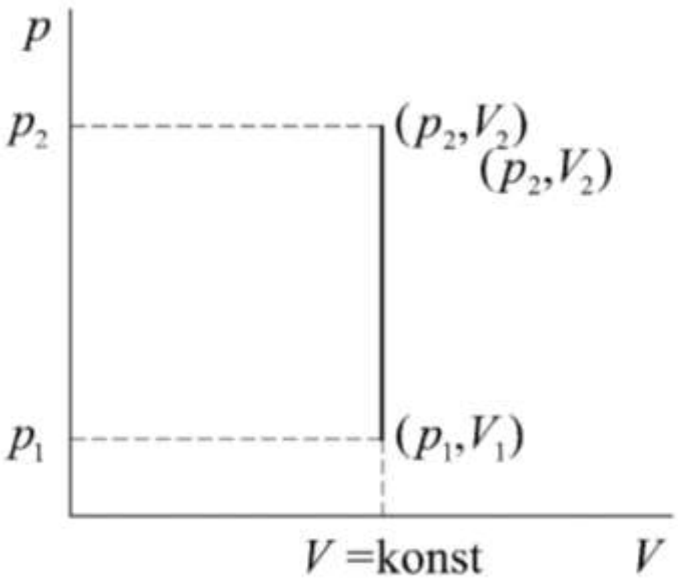
$$Q = A = \int_1^2 p\, dV = nR_m T \int_1^2 \frac{1}{V} dV = nR_m T \ln \frac{V_2}{V_1}$$

Izochorický děj $V = \text{konst}$

$$\frac{p}{T} = \text{konst}$$ **Charlesův zákon**

$$dA = pdV = 0$$

$$dQ = dU = nC_{mV}dT$$



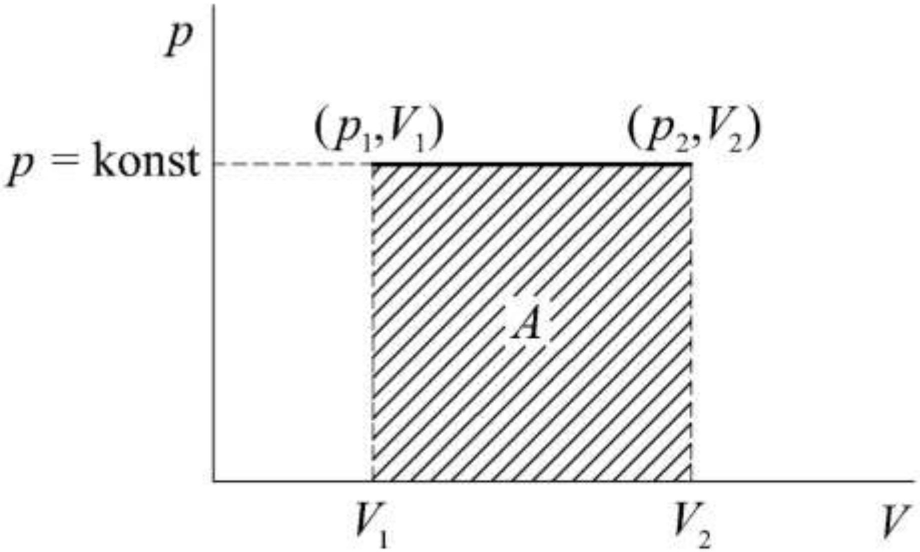
$$Q = \Delta U = nC_{mV}\Delta T$$

Izobarický děj

$p = \text{konst}$

$$\frac{V}{T} = \text{konst}$$

Gay – Lussacův zákon



$$dQ = dU + pdV$$

$$dU = nC_{mV}dT$$

$$dQ = nC_{mp}dT$$

$$A = \int_1^2 p\,dV = p\int_1^2 dV = p\left(V_2 - V_1\right)$$

$$\Delta U = nC_{mV}\Delta T$$

$$Q = nC_{mp}\Delta T$$