

# Hodina 9

28.9.2020

## Řazení s definicí předcházení (2.9.2)

Je zadáno  $n$  úkolů k vyřešení. Úkoly nelze řešit paralelně. Chceme nejmenší zpoždění v odevzdání.

Je zadáno

$p_i$  - doba trvání úkolu  $i$  a

$d_i$  - požadovaný čas dokončení  $i$ -tého úkolu.

Zavedeme

$y$ -bin;  $y_{ij} = 1$  znamená, že úkol  $i$  předchází úkol  $j$  (nemusí být těsně před).

... platí  $y_{ji} = 1 - y_{ij} \rightarrow$  horní trojúhelník.

$s_i$  - začátek zpracování úkolu  $i$

$e_i = s_i + p_i$ , což je skutečný čas dokončení  $i$ -tého úkolu

$t_i$  - zpoždění v odevzdání  $i$ -tého úkolu.

Řešení

– kritérium

$$J = \sum_{i=1}^n t_i \rightarrow \min$$

– omezení 1

$$e_i - d_i \leq t_i, \quad \forall i \text{ (úkoly)} \quad (1)$$

⋯ nepřímo definuje zpoždění  $t_i$ .

*Komentář*

*Předpokládá se zpoždění  $\rightarrow e_i - d_i \geq 0$ . Kritérium  $t_i \rightarrow \min \rightarrow t_i = e_i - d_i$  ale ⋯*

*podmínka  $t_i \geq 0$  (nezápornost) se nedostane do rozporu se situací  $e_i < d_i$  (předčasné splnění). V tomto případě bude  $t_i = 0$ .*

– omezení 2,3

uspořádávají úkoly podle veličiny  $y_{ij}$ . Podle její hodnoty platí právě jedno z omezení

$$e_i \leq s_j + M \overbrace{(1 - y_{ij})}^{y_{ji}}, \quad \forall i < j$$

$$e_j \leq s_i + M y_{ij}, \quad \forall i < j$$

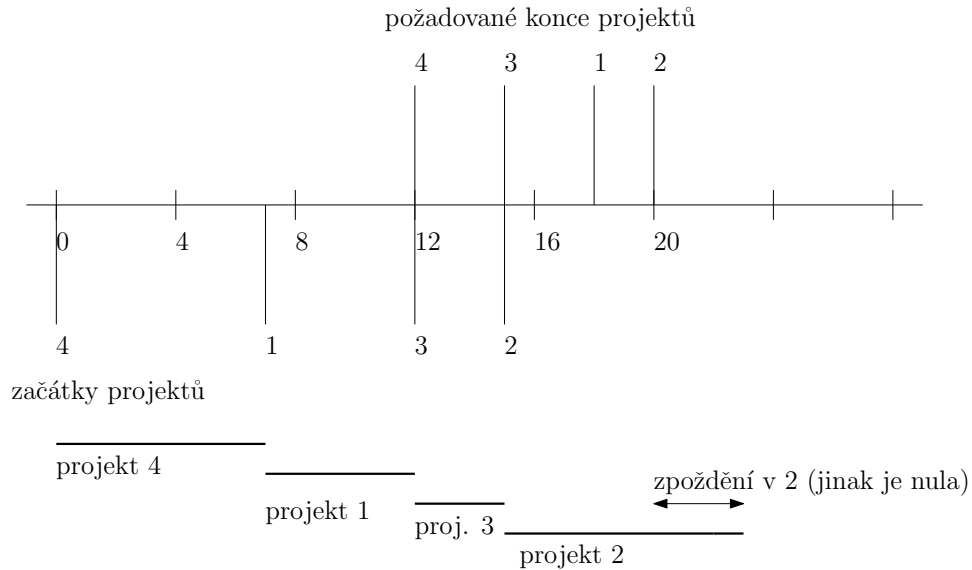
Pro  $y_{ij} = 1$  je první z omezení aktivní, zatímco druhé bude vyřazeno (automaticky vždy splněno). Platí tedy  $e_i \leq s_j$  což znamená, že **konec  $i$  bude před začátkem  $j$**

Pro  $y_{ij} = 0$  to bude naopak. Aktivní je druhé omezení a to říká, že  $e_j \leq s_i$  a tedy, **konec  $j$  bude před začátkem  $i$ .**

Výsledek řazení se asi nejlépe přečte ze začátků úkolů  $s_i$ .

**Příklad** je uveden v programu [U23a\\_schedulingDJ.xlsx](#)

Výsledek řazení je znázorněn na následujícím obrázku



Stručnější zápis programu v Excelu je [U23a\\_strucne.xlsx](#)

Úloha s osmi úkoly je řešena v [U23a\\_pokus1.xlsx](#)

## **Poznámka**

Ve skriptech jsou uvedeny další čtyři způsoby, jak lze úlohu řešit.