Příklady ze Statistiky

Regrese ——————————

```
Příklad 1
V továrně byla sledována závislost celkových
nákladů "n" (v tis. Kč.) na produkci "p". Byly
zaznamenány následující údaje
p = [532 297 378 121 519 613 592 497];
n = [ 48  32  42  27  45  51  53  48];
a) Pomocí lineární regrese odhadněte náklady pro produkci
   1000 výrobků.
b) Pomocí lineární regrese odhadněte, pro jakou produkci budou
   náklady rovny 100 000 Kč.

Výsledek
 param  = 0.0535136, 19.510024
 yp  = 73.023636
 xp  = 1504.1028


Příklad 3
Do vodní nádrže unikla jedovatá látka. Byl aplikován
neutralizační prostředek a v okamžicích "xi" byla měřena
zbytková koncentrace škodliviny "yi" v nádrži. Zjištěné údaje
jsou (čas v minutách, koncentrace v promile)
xi = [5 12 20 26 29 38 65 126];
yi = [19 17 18 17 17 15 14 7];
Vypočtěte korelační koeficient pro lineární regresi, posudte
její vhodnost a odhadněte, kdy bude koncentrace škodliviny
nulová.

Výsledek
 Korelační koeficient
 r  = -0.9832531
Parametry
 p  = -0.0948295, 19.305033
Nulová koncentrace bude v x0
 x0  = 203.57626


Příklad 5
Na sledovaném procesu byla naměřena data
xi = [5 12 20 26 29 38 40 45];
yi = [19 17 12 1 27 35 44 76];
Pro tato data provedte polynomiální regresi "k"-tého stupně a
exponenciální regresi. Pomocí chyby predikce určete, která
z regresí je vhodnější.
```

```
k = 3;

Výsledek
 SEp  = 0.0365208
 SEe  = 0.1113473
 Polynomiální je lepší.
```

```
Příklad 6
Na sledovaném procesu byla naměřena data
x1i = [15 12 11  9  9  8  5  3]';
x2i = [3   9  5 11 28 14 32 58]';
yi = [9 7 22 12 27 31 44 36]';
Pro tato data provedte vícenásobnou lineární regresi
a testujte její vhodnost pomocí testu na bělost reziduí.

Výsledek
SE  = 0.2799241
Regrese se jeví jako vhodná.
```

Parametrické testy ———————————————-

```
Příklad 7
Za předpokladu, že výška dětí ve věku 10 let má normální
rozdělení s rozptylem "sig2", určete interval al-I, ve kterém
bude ležet neznámá střední hodnota výšky dětí, jestliže
z výběru o rozsahu "n" byl vypočten průměr "mx".
Interval určete jako a) oboustranný,  b) pravostranný.
sig2 = 38;
n    = 12;
mx   = 127.3;
al   = .01;

Výsledek
 CI_O  = 122.71628   131.88372
 CI_L  = 123.16023   Inf
 CI_P  = -Inf   131.43977
```

```
Příklad 8
Za předpokladu, že výška dětí ve věku 10 let má normální
rozdělení určete interval al-I, ve kterém bude ležet neznámá
střední hodnota výšky dětí, jestliže z výběru o rozsahu 'n'
byl vypočten průměr 'mx' a rozptyl 's2x'.
Interval určete jako a) oboustranný,  b) levostranný.
n    = 12;
mx   = 127.3;
```

```
s2x  = 38;
al   = .01;
```

Výsledek

```
 CI_O  = 121.77318   132.82682
 CI_L  = 122.46314   Inf
 CI_P  = -Inf   132.13686
```

Příklad 9

Pro zjištění přesnosti metody pro stanovení obsahu manganu v oceli byla provedena nezávislá měření vzorků. Chceme stanovit hranici, pro níž platí, že pravděpodobnost hodnoty skutečného rozptylu metody větší než tato hranice bude jen 5%.
Změřené hodnoty 'x' jsou

```
x = [4.3 2.9 5.1 3.3 2.7 4.8 3.6];
```

Výsledek

Hranice je 2.7509

Příklad 10

Na magistrále v úseku s doporučenou rychlostí 80 km/h jsme kontrolovali rychlost vozidel a získali údaje 'xi' a 'ni' (hodnoty a četnosti). Určete oboustranný 'al'-interval pro rozptyl rychlostí, kterými řidiči v tomto úseku jezdí

```
xi = [60 70 75 80 85 90 110];
ni = [ 3 27 36 29 25 31   8];
al = .05;
```

Výsledek

```
  CI  = 40.620085   474.35049
```

Příklad 11

Na magistrále v úseku s doporučenou rychlostí 80 km/h jsme kontrolovali rychlost vozidel. Výběrem byly zjištěny rychlosti vozidel 'x'. Určete oboustranný 'al'-IS pro podíl řidičů, kteří překračují doporučenou rychlost o 'r' km/h.

```
x = [78 86 65 92 83 92 85 66 42 82 ...
99 92 75 81 66 76 89 76 97 76 ...
75 56 76 78 96 77 86 79 86 93];
al= .05;
r = 3;
```

Výsledek

```
  CI_obou  = 0.2246955   0.5753045
  CI_levo  = 0.   0.5471202
```

Příklad 12
Ze souboru ocelových nosníků stejné nominální délky jsme provedli náhodný výběr s délkami 'x'. Výrobce zaručuje rozptyl výrobků na hodnotě 'sig2'. Na hladině významnosti 'al' testujte tvrzení: Nominální délka nosníků je 'd'.

```
x    = [6.2 7.5 6.9 8.9 6.4 7.1];
d    = 6.5;
sig2 = .8;
al   = .05;
```

Výsledek

```
 pv  = 0.0678892
```

Příklad 13
Ze souboru ocelových nosníků stejné nominální délky jsme provedli náhodný výběr 'n' nosníků a vypočetli průměr 'mx' a směrodatnou odchylku 'sx'. Na hladině významnosti 'al' testujte tvrzení: Nominální délka nosníků je 'd'.

```
n  = 50;
mx = 5.77;
sx = .8;
d  = 6;
al = .05;
```

Výsledek

```
 pv  = 0.1534113
```

Příklad 15
Přesnost nastavení obráběcího stroje se zjistí z rozptylu průměrů vyráběných součástek. Stroj je nutné znovu nastavit, jestliže jeho rozptyl je větší než 'sig2'. Provedli jsme výběr a zjistili hodnoty průměrů 'nx' - četnosti, 'mx' - průměry. Je třeba stroj znovu nastavit? Testujte na hladině 'al'.

```
nx   = [ 5  12  32  11   8   3];
mx   = [95 100 105 110 115 120];
sig2 = 28;
al   = .05;
```

Výsledek

```
 pv  = 0.078373
```

Příklad 16
Pevnost materiálu se ověřuje pomocí metod A a B. Tentýž materiál byl podroben testování oběma metodami. Výsledky testů jsou 'xA' a 'xB'. Na hladině významnosti 'al' testujte

shodu obou testů. Rozptyly lze považžovat za shodné.
xA = [20.1 19.6 20.0 19.9 20.1];
xB = [20.9 20.1 20.6 20.5 20.7 20.5];
al = .05;

Výsledek
pv = 0.0024367

Příklad 17
Testujeme sjetí pneumatik na nevé a pravé straně u předních kol automobilů. U náhodně vybraných automobilů byly změřeny vždy oba údaje s výsledky 'xL' a 'xP'. Testujte na hladině 'al'.
xL = [1.8 1.0 2.2 0.9 1.5];
xP = [1.5 1.1 2.0 1.1 1.4];
al = .05;

Výsledek
pv = 0.5528894

Příklad 18
Na magistrále v úseku s doporučenou rychlostí 80 km/h jsme kontrolovali rychlost vozidel. Výběrem byly zjištěny rychlosti vozidel 'x'. Na hladině významnosti 'al' testujte hypotézu: Podil řídičů, kteří překračují doporučenou rychlost o 'r' km/h. není větší než 'P' procent.
x = [78 86 65 92 83 92 85 66 42 82 ...
99 92 75 81 66 76 89 76 97 76 ...
75 56 76 78 96 77 86 79 86 93];
al= .05;
r = 3;
P = 20;

Výsledek
pv = 0.0030849

Příklad 19
Na magistrále v úseku s doporučenou rychlostí 80 km/h jsme kontrolovali rychlost vozidel směrem do Prahy a ven z Prahy. Výběrem jsme získali rychlosti do Prahy a z Prahy. Rychlosti jsme roztřídili a zanamenali jako četnosti 'nD' a 'nZ' a hodnoty 'rD' a 'rZ' (D je do Prahy a Z je z Prahy).
Na hladině 'al' testujte hypotézu: Z Prahy jezdí auta rychleji.
nD = [5 11 17 65 98 73 79 63   3];
rD = [65 70 75 80 85 90 95 100 110];
nZ = [8 22 13 71 48 64 89 24   5];

rZ = [65 70 75 80 85 90 95 100 110];
al = .01;

Výsledek
pv = 0.0195199

Příklad 20
Byla provedena namátková kontrola seřízení předních světel automobilů. U každého automobilu byla kontrolována obě světla s výsledky v centimetrech (+ nad a - pod optimální úrovní). Získané hodnoty jsou 'xP' (pravé) a 'xL' (levé reflektory). Na hladině 'al' testujte tvrzení, že jednotlivé automobily mají oba reflektory seřízeny stejně.

```
xP = [-3   5  16  9 -8 -2  23  5  -6 -3];
xL = [-5 -12  22 -3 -9  1  -1  2 -13 -5];
al = .1;
```

Výsledek
pv = 0.0749262

Příklad 21
Byla provedena namátková kontrola seřízení předních světel automobilů. U každého automobilu byla kontrolována obě světla s výsledky v centimetrech (+ nad a - pod optimální úrovní). Získané hodnoty jsou 'xP' (pravé) a 'xL' (levé reflektory). Na hladině 'al' testujte tvrzení, že levé reflektory jsou u automobilů méně sklopeny než pravé.

```
xP = [-3   5  16  9 -8 -2  23  5  -6 -3];
xL = [-5 -12  22 -3 -9  1  -1  2 -13 -5];
al = .1;
```

Výsledek
pv = 0.0374631

Příklad 22
Na křižovatce jsme po určitou dobu zaznamenávali počty automobilů jedoucích rovně (R) a odbočujících doleva (L) a doprava (P). Zjištěné hodnoty byly 'xR', 'xL' a 'xP'. Na hladině 'al' testujte tvrzení, že podíl automobilů jedoucích rovně je stejný jako těch, kteří odbočují.

```
xR = 62;
xL = 39;
xP = 46;
al = .1;
```

Výsledek

```
 pv  = 0.060902
```

Příklad 23
Na křižovatce jsme opakovaně zaznamenávali počty
automobilů jedoucích rovně (R) a odbočujících doleva (L)
a doprava (P). Zjištěné hodnoty jsou 'xR', 'xL' a 'xP'. Na
hladině 'al' testujte tvrzení, že průměrné množství automobilů
odbočujících je větší než těch, kteří jedou rovně.

```
xR = [82 78 92 83 99 97];
xL = [29 42 34 38 45 34];
xP = [31 44 36 54 31 24];
al = .05;
```

Výsledek

```
 pv  = 1.130D-69
```

Anova ——————————————

Příklad 24
Sledujeme tři stroje. Náhodně zjištujeme jejich hodinové
produkce "x1", "x2" a "x3". Je prdvivé tvrzení, že na hladině
významnosti "al" jsou průměrné produkce všech tří strojů
shodné?

```
al = 0.05;
x1 = [53 55 49 58 52 61 56 55];
x2 = [49 56 52 45 51 56 44 51];
x3 = [52 53 52 54 55 53 53 52];
```

Výsledek

```
  pv  = 0.0541908
```

Příklad 25
V měsíci bezpečnosti sledujeme počet nehod na pěti pražských
křižovatkách. Výsledky jsou v následující tabulce

```
---------------------------------
rok:     1999 2000 2001 2002 2003
počet_1    3    5    2    1    3
počet_2    6    2    5    3    4
počet_3    3    2    1    1    2
počet_4    4    1    1    2    2
počet_5    4    2    5    5    6
--------------------------------
```

Lze na hladině významnosti "al" tvrdit, že průměrný počet
nehod je na všech křižovatkách stejný?

```
al = 0.01;
```

```
Výsledek
Jednofaktorová anova
pv  = 0.0207414

Dvoufaktorová anova
Shoda v křižovatkách  0.0195312

Shoda v čase  0.2749788
```

Neparametrické testy ———————————————

```
Příklad 26
Na křižovatce jsme v různých intervalech zaznamenávali počty
projíždějících automobilů. Změřená hodnoty jsou "di" - delka
intervalu pozorování (min) a "xi" - počet pozorovaných
automobilů
d = [15 10 20 35 10 50];
x = [71 56 98 121 44 271];
Na hladině "al" testujte tvrzení, že automobily projíždějí
rovnoměrně.
al = .05;

Výsledek
 pv  = 0.001917


Příklad 27
Následující tabulka udává četnosti drobných nehod ve velké
továrně, pozorované během jednoho dne
-------------------------------------
doba   8-10h. 10-12h. 12-13h. 13-17h.
počet   2       7       1       16
-------------------------------------
Na hladině "al" testujte tvrzení, že nehody jsou rozloženy
rovnoměrně.
al = .05;

Výsledek
 pv  = 0.1286455


Příklad 28
Zjištovala se závislost mezi barvou očí a vlasů u mužů. Ve
výběru dotázaných mužů byly zjištěny následující četnosti
----------------------------------
oči \ vlasy   světlé  hnědé  tmavé
modré           90      75     55
šedé            96     136     88
```

```
hnědé          108     135    119
---------------------------------
```
Na hladině "al" testujte tvrzení, že barva očí a vlasů je navzájem nezávislá.
al = .05;

Výsledek
pv = 0.0167358

Příklad 29
Na dvou strojích se pravidelně střídají dva operátoři. Výrobky, které se na strojích vyrobí projdou kontrolou a každý vadný je označen podle stroje (S) a operátora (O). Byly zjištěny následující údaje
```
---------------------------------------------------
stroj     1 2 1 1 2 2 2 1 2 1 1 1 2 1 2 2 2 1 2 1 2
operátor  2 2 1 2 1 1 2 2 2 1 2 2 1 2 1 2 2 2 1 1 2
---------------------------------------------------
```
Na hladině "al" testujte tvrzení, že operátoři a stjoje jsou při výrobě zmetků nezávislí.
al = .05;

Výsledek
pv = 0.4663938

Příklad 30
Two doctors recommend curing the cold with two different methods. The Výsledek (number of days of the treatment) are 'x1' and 'x2'. Test equality of the methods.
x1=[5 8 7 8 4 5 5 6 9 3 5 8 6];
x2=[3 4 9 5 4 9 9 8];

Výsledek
Kr = 24.
U = 48.5
pv = 1.

Příklad 31
Osm sportovců z jistého sportovního klubu podstoupilo test výkonnosti. Každý z nich hodil oštěpem a poté byl podroben intenzivnímu tréningu. Druhý den házel podruhé. Obě délky hodu byly zaznamenány jako 'x1' a 'x2'. Trenér očekává, že jeden den trénigu je málo na zvýšení výkonnosti. Testujte na hladině 'al'.

x1=[68 81 69 72 66 91 98 89 75 68];
x2=[79 62 70 75 68 81 85 94 71 62];

```
Výsledek
 kr = 8.1
 W  = 36.
 pv = 1.
```

Příklad 32
Testujte jestli jeleni a myši mají stejně dlouhé obě přední nohy.
Změřená data jsou 'x1' (levé) a 'x2' (pravé).

```
x1=[135 123 3.1 2.5 98 124 131 3.4 2.8 128];
x2=[136 121 2.9 2.6 101 121 130 3.5 2.9 126];
```

Výsledek
```
 kr = 8.1
 W  = 34.
 pv = 1.
```

Příklad 33
Tři kontroloři hodnotí úroveň pěti stýnků s rychlým občerstvením.
Každý kontrolor ohodnotí každý stánek. Výskledky jsou v tabulce 'Tab'.
Řádky odpovídají kontrolorům, sloupce stánkům. Hodnocení je 1 až 10
(10 je nejlepší). Testujte, zda stánky mají stejnou kvalitu.

```
Tab=[10 8 3 9 7
8  7 5 9 10
8  9 5 7  6];
```

Výsledek
```
 W  = 9.487729   Inf
 T  = 6.6666667
 pv = 0.1545873
```

Příklad 34
Továrna vyrábí výrobky, které by měly mít stejnou váhu.
Pro výrobu jsou použity čtyři stroje. Od každého stroje
jsme odebrali několik výrobků s vahami 'x1' až 'x4'.
Testujte, zda výhy výrobků z jednotlivých strojů jsou shodné.

```
x1=[39.4 34.8 35.6 35.1 35.8];
x2=[34.4 34.2 35.1 31.1 32.5 33.8];
x3=[30.2 35.1 34.2 36.3 30.8 35.6 35.2];
x4=[39.1 34.3 38.6 34.5 36.4 36.1];
```

Výsledek
```
 pv  = 0.0335338
```