1 Procedury pro elementární úlohy

1.1 T01Sim1Reg

Simulace s jednorozměrným regresním modelem

- předvolba: 1. řád modelu s parametry, malý šum, náhodné řízení

Simuluje se rovnice

$$y_t = b_0 u_t + a_1 y_{t-1} + b_1 u_{t-1} + k + e_t$$

1.2 T01Sim2RegN

Vícerozměrná simulace s regresním modelem

- předvolba: 1. řád, dvourozměrné veličiny

Simuluje se rovnice

$$y_t = b_0 u_t + a_1 y_{t-1} + b_1 u_{t-1} + k + e_t$$

kde $y_t = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix}_t$, $u_t = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}_t$, $e_t = \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \end{bmatrix}_t$,

$b_0 = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix}$ a podobně b_1, a_1, $k = \begin{bmatrix} k_1 \\ k_2 \end{bmatrix}$ a kovariance šumu je $cv = 0.1 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

1.3 T01Sim3Cat

Simulace s kategorickým modelem f(u(t),y(t-1))

- předvolba: řízená mince s pamětí, dvouhodnotové veličiny

Simuluje se

$$u_t = \begin{cases} 1 & \text{s pravděpodobností } 0.3 \\ 2 & \text{s pravděpodobností } 0.7 \end{cases}$$

a podmíněnými pravděpodobnostmi pro y_t

$u_t,\ y_{t-1}$	$y_1 = 1$	$y_t = 2$
1, 1	0.1	0.9
1, 2	0.8	0.2
2, 1	0.4	0.6
2, 2	0.7	0.3

Simulace probíhá tak, že zvolené u_t a minulé y_{t-1} určí řádek tabulky. Generuje se to y_t, které má větší pravděpodobnost.

V programu proměnná j určuje číslo řádku tabulky.

1.4 T01Sim3Real

Odhad skalárního regresního modelu s reálnými daty.

- data jsou z jedoucího osobního automobilu

- modeluje se spotřeba v závislosti na stlačení plynového pedálu

Výsledkem jsou veličiny y (spotřeba) a u (plyn).

1.5 T02Est1Reg

Odhad skalárního regresního modelu na reálných datech

- průběžný přepočet statistik

- jednorázový odhad ze všech dat

- data ze strahovského tunelu - intenzita

- model je autoregresní řádu ord=5

Pro odhad se používá informační matice V kde se akumulují data a až nakonec se provedou odhady parametrů

$$\hat{\theta} = V_p^{-1} V_{yp} \quad \text{a} \quad \hat{r} = \frac{V_y - \hat{\theta}' V_{yp}}{\kappa}$$

kde V_y, V_{yp}, V_p vzniknou rozdělením matice V tak, že V_y je skalár $V(1,1)$, V_{yp} je sloupec ležící pod V_y a V_p je V bez prvního řádku a sloupce.

Ověření odhadu se provede pomocí 0-krokové predikce - tj. simulace s odhadnutým modelem. Pro porovnání vypočteme chybu predikce $e = y - yp$ a její průměr kvadrátů $Ep = \frac{1}{nd} \sum_{t=1}^{nd} e_t^2$. Tato chyba predikce by neměla být o moc větší, než je rozptyl výstupu.

1.6 T02Est2Reg

Odhad skalárního regresního modelu na reálných datech

- průběžný přepočet statistik a výpočet odhadů

Pro odhad se používá informační matice V podobně jako v `T02Est1Reg` ale jak přepočet statistiky, tak i výpočet bodových odhadů parametrů se provádí průběžně. Tak je možno sledovat vývoj bodových odhadů v čase.

1.7 T02Est3Reg

Odhad skalárního regresního modelu na reálných datech

- jednorázový výpočet odhadů (matice Y a X)

Jde o velmi rychlý, jednorázový výpočet bodových odhadů parametrů metodou nejmenších čtverců.

Postup je následující: rovnice $y_t = x_t\theta$ píšeme pod sebe pro $t = 1, 2, 3 \cdots N$ a sestavíme maticovou rovnici

$$Y = X\theta$$

kde

$$Y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \cdots \\ y_N \end{bmatrix}, \quad X = \begin{bmatrix} x_{1;1} & x_{2;1} & \cdots & x_{n;1} & 1 \\ x_{1;2} & x_{2;2} & \cdots & x_{n;2} & 1 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ x_{1;N} & x_{2;N} & \cdots & x_{n;N} & 1 \end{bmatrix}$$

kde za středníkem je index času.

Parametry pak spočteme jednoduše

$$\hat{\theta} = (X'X)^{-1} X'Y$$

a prvky vektoru θ jsou odhady parametrů, korespondujících s veličinami v regresním vektoru $x_t = [x_1, x_2 \cdots x_n, 1]_t$.

1.8 T02Est4RegN

Odhad skalárního regresního modelu na reálných datech

- model 1.řádu $y_t = b_0 u_t + a_1 y_{t-1} + k + e_t$

- dvourozměrný výstup y_t *a třírozměrný vstup* u_t

- průběžný přepočet statistik a výpočet odhadů

Podobné jako předchozí, ale s vícerozměrnými veličinami. To má vliv na rozdělení informační matice V - část V_y je čtvercová matice dimenze n_y (rozměr výstupu y). Bodové odhady parametrů netvoří vektor, ale matici.

1.9 T02Est5Reg

Odhad skalárního regresního modelu se simulovanými daty

- simulace regresního modelu 1. řádu

- průběžný přepočet statistik

- jednorázový odhad ze všech dat

Simulace i odhad v jednom programu. Konstrukce regresního vektoru se provádí pomocí vestavěné funkce genpsi

```
deff('ps=genpsi(t,n,y,u)','ps=[y(t-(1:n)),u(t-(0:n)) 1]')
```

Program má tři části

1. Simulace - zde se kompletně nasimuluje celý datový vzorek.
2. Odhad - tady se provádí průběžná akumulace dat do statistik a nakonec se provede výpočet bodových odhadů parametrů.
3. Predikce - ověření správnosti odhadu srovnáním výstupu a predikovaného výstupu. Predikce je 0-kroková (simulace výstupu z odhadnutého modelu).

1.10 T02Est6Cat

Odhad kategorického modelu s nehodovými daty (malé)

- on-line přepočet statistik,

- off-line bodové odhady

Odhad diskrétního modelu:

Přepočet statistik

$$V(j, y) = V(j, y) + 1$$

kde kód j se počítá funkcí `j=psi2row([v(1:4,t)],b)` , b je vektor s počtem hodnot jednotlivých veličin.

Bodové odhady parametrů se dostanou normalizací matice V tak, aby součet prvků v jejích řádcích byl jedna (každý řádek se dělí součtem prvků).

1.11 T02Est7Cat

Odhad kategorického modelu s nehodovými daty (velké)

- on-line přepočet statistik,

- off-line bodové odhady

Odhad diskrétního modelu: stejně jako v `T02Est6Cat`, ale s hodně veličinami v regresním vektoru.

1.12 T03Pre1Reg

Predikce np-kroků se skalárním regresním modelem 2. řádu

- simulovaná data

- známé parametry modelu

Nejdříve se provede simulace dat - předvolba je 2. řád, skalární regresní model.

S modelem ze simulace se známými parametry se provádí obecná np-kroková bodová predikce.

V grafu se zobrazuje výstup a jeho predikce.

1.13 T03Pre2Reg

Predikce np-kroků se skalárním regresním modelem 2. řádu

- reálná data

- odhad parametrů modelu

Nejdříve se natáhnou skalární reálná data (intenzity ze strahovského tunelu).

Na nich se odhaduje skalární regresní model.

S bodovými odhady (po skončení odhadování) se provádí obecná np-kroková predikce výstupu.

V grafu se zobrazuje výstup a jeho predikce.

1.14 T03Pre3CatN

np-kroková bodová predikce s kategorickým modelem (říz. mince s pam.)

Simulace, odhad, predikce.

Predikce se provádí bodově (jak odhady, tak i iterace) stejně, jako pro regresní model.

1.15 T04Fil1KF

Odhad stavu ze simulace pomocí Kalmanova filtru

Nejdříve se definují parametry stavového modelu: matice M,N,F,A,B,G

$$\begin{aligned} x_t &= Mx_{t-1} + Nu_t + F + w_t \\ y_t &= Ax_{t-1} + Bu_t + G + v_t \end{aligned}$$

s tím, že stav má dimenzi 2, vstup a výstup jsou skalární.

Potom, v časové smyčce, se generuje vstup (jako zašuměná sinusoida) a simuluje stav x a výstup y.

Simulované hodnoty ihned vstupují do Kalmanova filtru, kde se odhaduje stav xE

Poznámka: Generovaný stav ukládáme do vektoru `x(:,t)`, protože je to vektor. Vstup a výstup se ukládají do `u(1,t)` a `y(1,t)`, a to proto, aby vytvářený vektor byl řádkový.

1.16 T04Fil2KF

Filtrace reálného signálu pomocí Kalmanova filtru

Jedná se o speciální konfiguraci, při níž Kalmanův filtr slouží jen jako filtr šumu přidaného k užitečnému signálu. Model má tvar

$$\begin{aligned} x_t &= x_{t-1} + w_t \\ y_t &= x_{t-1} + v_t. \end{aligned}$$

Tady x_t je užitečná signál, y_t je zašuměný signál (šumem v_t). Rozptyl stavového šumu w_t (který volíme) říká, jak moc se stav (užitečný signál) může měnit. Rozptyl výstupního šumu v_t (který také volíme) říká, jak velký může být šumový signál (který se má filtrovat).

1.17 T04Fil3KF

Odhad stavu a parametru ze simulace pomocí Kalmanova filtru

Odhad stavu pomocí Kalmanova filtru se provádí za předpokladu znalosti parametrů stavového modelu. Když parametry neznáme (nebo jen některý parametr), musíme použít rozšířený Kalmanův filtr. Zde definujeme nový stav jako starý stav, rozšířený o neznámé parametry (které jsou zahrnuty do nového stavu). Tím se model stane nelineárním a musíme ho linearizovat rozvojem nelineární části pomocí prvých dvou členů Taylorova rozvoje (absolutní a lineární člen).

Postup a výsledné vzorce pro `g`, `M`, `F` jsou uvedeny v teoretické části.

S nově definovanými maticemi už Kalmanův filtr pracuje normálně.

1.18 T06Con1Reg

Řízení s regresním modelem s konstantou a set-pointem

- vícerozměrný vstup i výstup

- konstanta a set-point

- penalizace přírůstků řízení

Optimální zpětnovazební řízení s regresním modelem obecného řádu. Výpočet optimálního řídícího zákona (odzadu) i vlastní řízení (dopředu) se provádí na jediném intervalu řízení.

Regresní model se převádí do stavové realizace reg2st, která se používá pro syntézu řízení. Řídící zákon se generuje funkcí DynProg. Vlastní simulace s řízením probíhá ve druhé časové smyčce na konci programu.

1.19 T06Con2RegAd

Adaptivní řízení s regresním modelem s konstantou a set-pointem

- vícerozměrný vstup i výstup

- konstanta a set-point

- penalizace přírůstků řízení

- adaptace pomocí receding horizon

Úloha je stejná, jako předchozí T06Con1Reg s tím rozdílem, že parametry modelu jsou neznámé a průběžně se odhadují. Tento problém se řeší metodou ustupujícího horizontu (receding horizon). Ten spočívá v tom, že řízení plánujeme na určitý počet kroků dopředu (menší, než je interval řízení) a pro celý návrh uvažujeme dostupné bodové odhady parametrů (z minulého kroku). Realizujeme jeden krok řízení a naměříme nový výstup. S novými daty aktualizujeme odhad parametrů, posuneme se o krok dopředu a pokračujeme stejně, jak jsme právě popsali.

V časové smyčce řízení tedy běží ještě jedna smyčka pro výpočet řídícího zákona na malém intervalu.