Úvod k bayesovské statistice

Bayesovská statistika je základem pro řešení úloh předpovědi, filtrace, klasifikace a řízení dynamických soustav za přítomnosti neurčitosti.

Základem pro řešení zmíněných úloh je **model** sledované soustavy, který má formu podmíněné hustoty pravděpodobnosti výstupu soustavy. V podmínce je regresní vektor, obsahující starší hodnoty výstupu a veličiny a jejich zpožděné hodnoty, které mají vliv na modelovaný výstup. Dále jsou v podmínce parametry, které určují, jak výstup na veličinách v regresním vektoru závisí.

Parametry modelu jsou většinou neznámé, a odhadují se z měřených dat. Pro odhad se využívá **Bayesův vzorec**. Ten počítá aposteriorní hp (popis parametru s informací z nových dat) pomocí hp modelu a apriorní hp (popis parametru s informací bez nových dat).

Pro náhodné veličiny x, y a z má Bayesův vzorec tvar

$$f\left(x|y,z\right) = \frac{f\left(y|x,z\right) f\left(x|z\right)}{f\left(y|z\right)}$$

Základem pro odvození dalších úloh je vzorec pro úplnou pravděpodobnost (někdy také nazývaný **řetězové pravidlo**)

$$f\left(x,y,z\right) = f\left(x|y,z\right) f\left(y|z\right) f\left(z\right)$$

Základy pro bayesovskou statistiku položil v roce 1763 Thomas Bayes, který jako první začal popisovat neznámé veličiny pomocí jejich pravděpodobnostního rozdělení.

Na Thomase Bayese navázali matematici z první poloviny 20 století. Jmenujme například práce:

B. de Finetti: La Prevision: Ses Lois Logiques, Ses Sources Subjectives (1937) Annales de l'Institut Henri Poincare, 7: 1-68. Translated as Foresight: Its Logical Laws, Its Subjective Sources, in Kyburg, H. E. and Smokler, H. E. eds., (1964). Studies in Subjective Probability. Wiley, New York, 91-158

E.T. Jaynes: Probability Theory: The Logic of Science (2003) Cambridge University Press, Cambridge, UK

H. Jeffreys (1939) Theory of Probability Oxford, Clarendon Press

D.V. Lindley: Statistical Inference (1953) Journal of the Royal Statistical Society, Series B, 16: 30-76

Schervish, M. J. (1995) Theory of Statistics. Springer-Verlag, New York.

Zde budeme navazovat na práce některých členů oddělení Adaptivních systémů AV ČR. Vědecké zaměření tohoto oddělení formoval a na jeho přínosu se nejvíce podílel Václav Peterka. Dalšími členy oddělení, kteří se významně na rozvoji metod bayesovské statistiky podíleli byli

Josef Bohm, Petr Nedoma, Alena Halousková, Miroslav Kárný, Rudolf Kulhavý a další. Z nejvýznamnějších publikací oddělení jmenujme například:

V. Peterka: Bayesian system identification. P. Eykhoff, Trends and Progress in System Identification, pp 239–304, Pergamon Press, Oxford.

M. Kárný a kolektiv: Optimized Bayesian Dynamic Advising: Theory and Algorithms. Springer, 2006, London.

R. Kulhavý a M. B. Zarrop: On a general concept of forgetting. Int. J. of Control, vol. 58, no 4, 1993, pp 905–924.

O výuku a praktické využití algoritmů bayesovské statistiky, pocházejících především z ÚTIA AV ČR, usiluje katedra Aplikované matematiky na Fakultě dopravní, ČVUT v Praze, jmenovitě **Pavla Pecherková**, **Evgenia Suzdaleva**, **Ivan Nagy** a **Pavel Provinský**, z nichž první tři jmenovaní jsou rovněž zaměstnáni v ÚTIA AV ČR.