Přehled nejčastějších rozdělení

21. dubna 2015

Diskrétní:

Obecně:

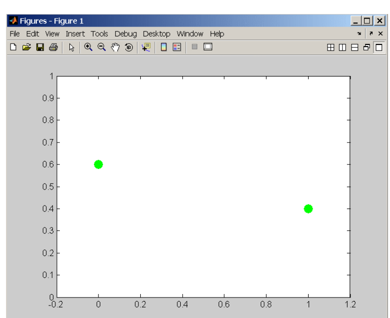
$$\begin{aligned}\mu &= \sum_{\Omega} x_i \cdot f(x_i) \\ \sigma^2 &= \sum_{\Omega} (x_i - \mu)^2 \cdot f(x_i)\end{aligned}$$

Alternativní

Použití: Vždy, když má náhodný pokus jen dva možné výsledky. Parametr p pak znamená pravděpodobnost jedničky.

$$\begin{aligned}f(1) &= p \\ f(0) &= 1 - p\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\mu &= \sum_{a}^{b} x_i \cdot f(x_i) = 1.p + 0.(1-p) = p \\ \sigma^2 &= \sum_{a}^{b} (x_i - \mu)^2 \cdot f(x_i) = (1-p)^2 .p + (0-p)^2 .(1-p) = p.(1-p)\end{aligned}$$



Rovnoměrné diskrétní

Rovnoměrné diskrétní od 1 do n.

Použití: Vždy, když je pravděpodobnost hodnot od 1 do n stejná.

Např. hod kostkou nebo pravděpodobnost poruchy auta s pořadovým číslem k.

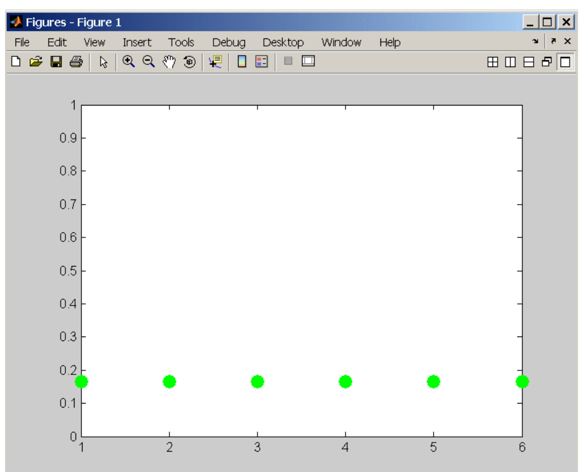
$$f(k) = \frac{1}{n}$$

$$\mu = \sum_{k=1}^{n} k \cdot f(k) = ... = \frac{n+1}{2}$$

$$\sigma^2 = \sum_{k=a}^{b} (k-\mu)^2 \cdot f(k) = ... = \frac{n^2-1}{12}$$

... Druhý výpočet je docela těžký.

Srovnejte toto rozdělení s Rovnoměrným spojitým rozdělením.



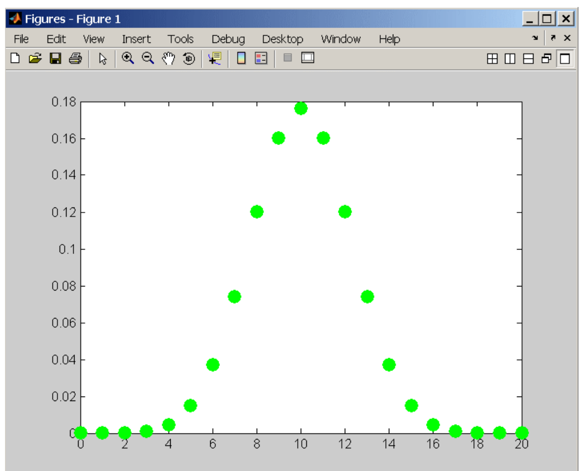
Binomické

Použití: Vždy tam, kde sčítám výsledky n alternativních pokusů, kde pravděpodobnost jedničky (úspěchu) je p.
Např. Mám pět dětí. Jaká je pravděpoobnost, že mám dva kluky?
Někdy značíme: $Bi(n, p)$.

Charakteristické je, že existuje maximální hodnota, která může nastat.

$$f(k) = \binom{n}{k}.p^k.\,(1-p)^{n-k}$$

$\mu =$ ... snadno dle věty o sčítání náhodných veličin ...$= n.p$
$\sigma^2 =$... snadno dle věty o sčítání náhodných veličin ...$= n.p.\,(1-p)$



Poissonovo

Použití: Vždy tam, kde zjišťujeme počet nějakých jednotek v daném čase, objemu, úseku, ... Výskyty jednotlivých jednotek jsou navzájem nezávislé. Průměrný počet jednotek v daném čase, objemu, úseku je λ.

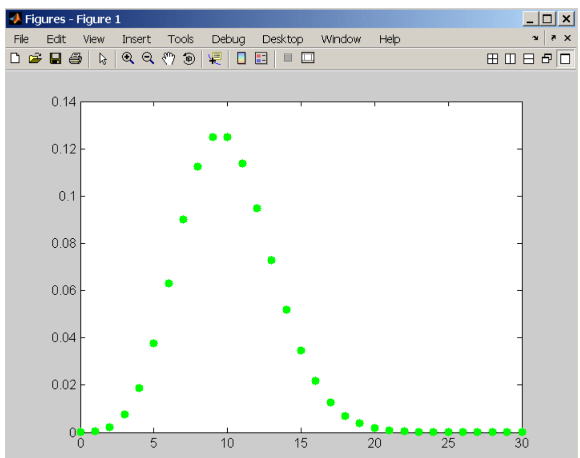
Např. Počet projetých aut za pět minut. (Auta musí přijíždět nezávisle, tedy bez kolon či semaforů.)

Charakteristické je, že neexistuje maximální hodnota, která může nastat.

$$f(k) = \frac{\lambda^k}{k!} \cdot e^{-\lambda}$$

$$\mu = \lambda$$

$$\sigma^2 = \lambda$$



Spojité:

Obecně:

$$\mu = \int_\Omega x \cdot f(x) \cdot dx$$

$$\sigma^2 = \int_\Omega (x-\mu)^2 \cdot f(x) \cdot dx$$

Rovnoměrné spojité

Rovnoměrné spojité od a do b.

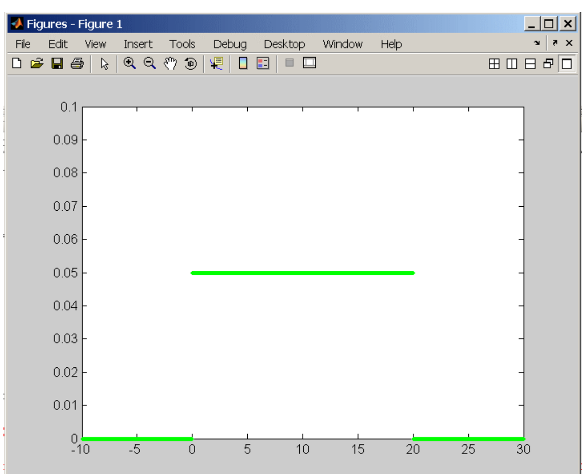
Použití: Vždy tam, kde náhodná veličina může nabývat hodnot pouze v intervalu od a do b a v tomto intervalu je pravděpodobnost všude stejná.

Např. vím, že autobus jezdí pravidelně v intervalu dvaceti minut. Přijdu v náhodný okamžik na zastávku. Jak dlouho budu čekat?

$$f(x) = \frac{1}{b-a}$$

$$\mu = \frac{a+b}{2}$$

$$\sigma^2 = \frac{(b-a)^2}{12}$$



Exponenciální

Použití: Obvykle tam, kde něco zaniká, umírá, ničí se, ... za předpokladu, že pokud je daná věc ještě nezničená, tak pravděpodobnost, že se zničí během příští hodiny, sekundy, minuty, ... je pořád stejná. Průměrná doba, za jakou se věc zničí, je d.
Pokud to chceme použít na životnost přístroje, musí být zanedbatelný vliv stárnutí a opotřebení.

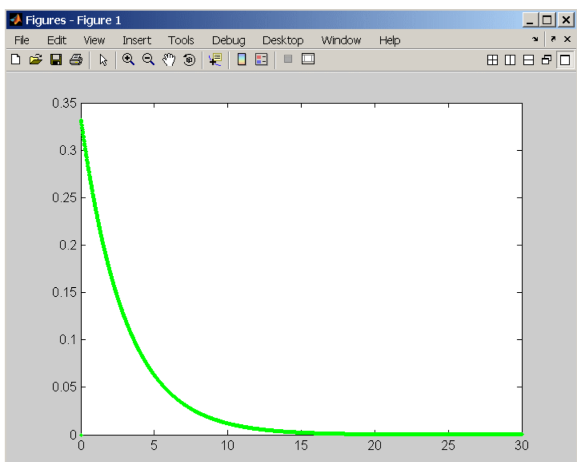
Např. Doba, za jakou praskne klasická žárovka. U ní je vliv stárnutí zanedbatelný, praská pouze při vypnutí nebo zapnutí a těch je v čase zhruba konstantně.

Jiný příklad: Rozpad radioaktivního prvku.

$$f(x) = \frac{1}{d} \cdot e^{-\frac{x}{d}}$$

$$\mu = d$$

$$\sigma^2 = d^2$$



Normální = Gaussovo

Vyskytuje se velmi často a vzniká všude tam, kde náhodná veličina vzniká jako výslednice MNOHA MALÝCH vlivů.

Toto rozdělení těsně souvisí s Centrální limitní větou, dle které bychom toto rozdělení získali přesně až při nekonečném počtu vlivů. V praxi má proto mnoho veličin TÉMĚŘ Gaussono rozdělení.

Odchylky často najdeme na okrajích křivky. Např. proto, že daná veličina nabývá pouze kladných hodnot.

Příklad: Výška či hmotnost dvacetiletých chlapců, IQ Čechů, počet vlasů dvacetiletých žen.

Všimněte si, že uvádíme i příklady diskrétních veličin. U nich říkáme, že konvergují k normálnímu rozdělení v distribuci, tj. distribuční funkce těchto disktétních veličin (schodovitá) se blíží distribuční funkci Gaussova rozdělení (hladké).

Normální = Gaussovo rozdělení má střední hodnotu μ a rozptyl σ^2. Střední hodnota posouvá hrb gaussovky doleva nebo doprava, rozptyl hrb zužuje nebo rozšiřuje. Často používáme značení: $X \sim N(\mu, \sigma^2)$.

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma} \cdot e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2 \cdot \sigma^2}}$$

$$\mu = \mu$$

$$\sigma^2 = \sigma^2$$