

FERGUSONOVA KUBIKA

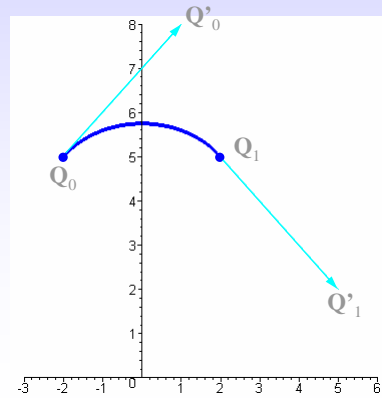
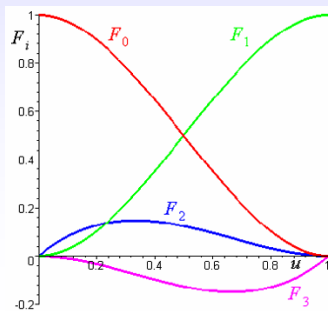
$$C(u) = Q_0 F_0(u) + Q_1 F_1(u) + Q'_0 F_2(u) + Q'_1 F_3(u), \quad 0 \leq u \leq 1$$

$$F_0(u) = 2u^3 - 3u^2 + 1$$

$$F_1(u) = -2u^3 + 3u^2$$

$$F_2(u) = u^3 - 2u^2 + u$$

$$F_3(u) = u^3 - u^2$$



C² napojení Fergusonových kubik

- Kubický spline C² má dva stupně volnosti

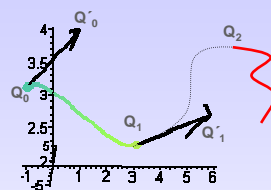
$${}^i X''(\tilde{s} = 1) = {}^{i+1} X''(\tilde{s} = 0)$$

$$\Downarrow$$

$$3(Q_2 - Q_0) = Q'_0 + 4Q'_1 + Q'_2$$

$$\dots$$

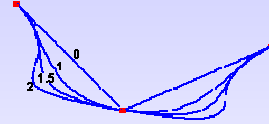
$$3(Q_n - Q_{n-2}) = Q'_{n-2} + 4Q'_{n-1} + Q'_n$$



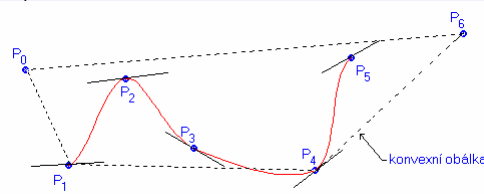
Cardinal Splines

- Tečna v bodě P_i je určena pomocí bodů P_{i+1} P_{i-1}

$$\tau_k = \frac{(1-c)}{2}(P_{k+1} - P_{k-1})$$



- c ...parametr napětí – spec.pro $c=0$ dostáváme Catmull-Rom Splines
- C1 spojitost, lokalita změn,



Catmull-Rom Splines

- Tečný vektor v bodě P_i je rovnoběžný s vektorem $P_{i-1}P_{i+1}$
- Výpočet oblouků probíhá postupně a to nejprve pomocí bodů P_0, P_1, P_2, P_3 , poté body P_1, P_2, P_3, P_4 atd.
- Při dvojnásobném výskytu prvního a posledního bodu tj. např. $P_0, P_0, P_1, P_2, \dots, P_{n-1}, P_n, P_n$ bude křivka interpolovat všemi body.

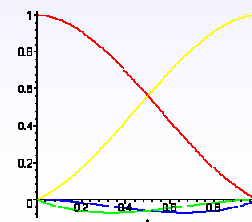
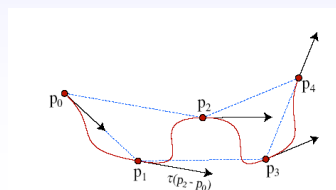
$$R(u) = \sum_{i=0}^3 R_i(u) \mathbf{P}_i, \quad 0 \leq u \leq 1$$

$$R0 := -\frac{1}{2}t + t^2 - \frac{1}{2}t^3$$

$$R1 := 1 - \frac{5}{2}t^2 + \frac{3}{2}t^3$$

$$R2 := \frac{1}{2}t + 2t^2 - \frac{3}{2}t^3$$

$$R3 := \frac{1}{2}t^3 - \frac{1}{2}t^2$$



COONSOVA KUBIKA

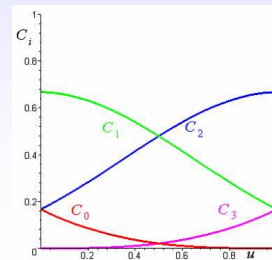
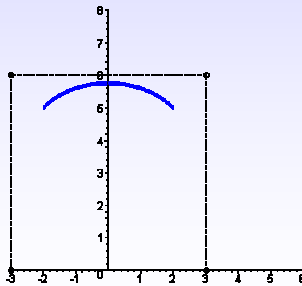
$$C(u) = \sum_{i=0}^3 C_i(u) P_i, \quad 0 \leq u \leq 1$$

$$C_0(u) = \frac{1}{6}(1-u)^3$$

$$C_1(u) = \frac{1}{6}(3u^3 - 6u^2 + 4)$$

$$C_2(u) = \frac{1}{6}(-3u^3 + 3u^2 + 3u + 1)$$

$$C_3(u) = \frac{1}{6}u^3$$



COONSOVA KUBIKA

$$C(u) = \sum_{i=0}^3 C_i(u) P_i, \quad 0 \leq u \leq 1$$

$$P_0 = 6V_0 - 7V_1 + 2V_2$$

$$P_1 = 2V_1 - V_2$$

$$P_2 = 2V_2 - V_1$$

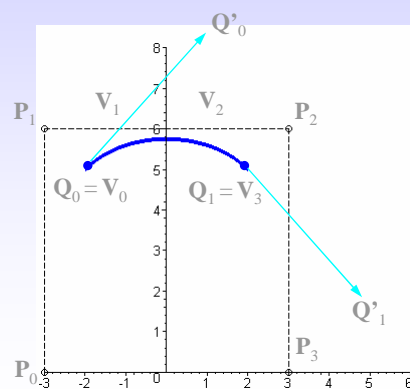
$$P_3 = 2V_1 - 7V_2 + 6V_3$$

$$V_0 = \frac{1}{6}P_0 + \frac{2}{3}P_1 + \frac{1}{6}P_2$$

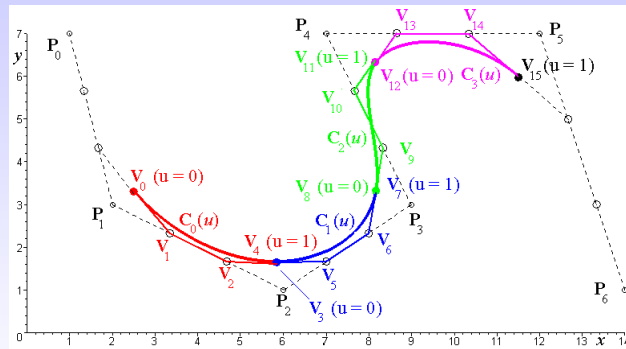
$$V_1 = \frac{2}{3}P_1 + \frac{1}{3}P_2$$

$$V_2 = \frac{1}{3}P_1 + \frac{2}{3}P_2$$

$$V_3 = \frac{1}{6}P_1 + \frac{2}{3}P_2 + \frac{1}{6}P_3$$



COONSŮV KUBICKÝ B-SPLINE



BÉZIEROVA KUBIKA

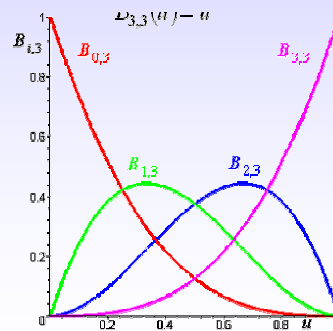
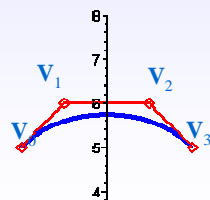
$$C(u) = \sum_{i=0}^3 B_{i,3}(u) V_i, \quad 0 \leq u \leq 1$$

$$B_{0,3}(u) = (1-u)^3$$

$$B_{1,3}(u) = 3u(1-u)^2$$

$$B_{2,3}(u) = 3u^2(1-u)$$

$$B_{3,3}(u) = u^3$$

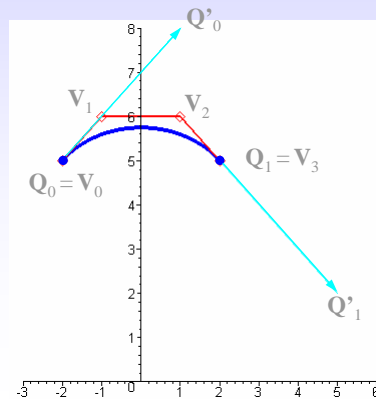


BÉZIEROVA A FERGUSONOVA KUBIKA

- Fergusonovu kubiku můžeme vyjádřit jako Bezierovu kubiku. Necht' je Fergusonova kubika dána body Q_0, Q_1 a tečnými vektory Q'_0, Q'_1 . Pak pro vrcholy Bezierovy kubiky V_0, V_1, V_2, V_3 jednoduše odvodíme vztah

$$\begin{aligned} Q_0 &= V_0 \\ Q_1 &= V_3 \\ Q'_0 &= 3(V_1 - V_0) \\ Q'_1 &= 3(V_3 - V_2) \end{aligned}$$

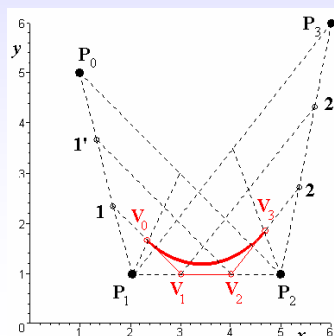
$$\begin{aligned} V_0 &= Q_0 \\ V_1 &= Q_0 + \frac{1}{3}Q'_0 \\ V_2 &= Q_1 - \frac{1}{3}Q'_1 \\ V_3 &= Q_1 \end{aligned}$$



Coonsova kubika a Bezierova kubika

- Coonsův kubický spline můžeme vyjádřit jako Bezierovu kubiku. Necht' je Coonsův kubický spline dán řídicím polygonem P_0, P_1, P_2, P_3 . Pak pro vrcholy Bezierovy kubiky V_0, V_1, V_2, V_3 platí:

$$(V_0, V_3 \text{ antitěžiště, } V_1 = V_0 + (P_2 - P_0)/6, V_2 = V_3 + (P_1 - P_3)/6)$$



$$V_0 = \frac{1}{6}P_0 + \frac{1}{6}P_2 + \frac{2}{3}P_1$$

$$V_1 = \frac{1}{3}P_2 + \frac{2}{3}P_1$$

$$V_2 = \frac{1}{3}P_1 + \frac{2}{3}P_2$$

$$V_3 = \frac{1}{6}P_1 + \frac{1}{6}P_3 + \frac{2}{3}P_2$$

Bézierova křivka st. k

$$C(u) = \sum_{i=0}^k B_{i,k}(u) V_i, \quad 0 \leq u \leq 1$$

$$B_{i,k}(u) = \binom{k}{i} t^i (1-t)^{k-i}$$

- Bézierovy křivky jsou symetrické – Jestliže obrátíme pořadí řídicích bodů, dostaneme stejnou křivku

$$B_{i,n}(t) = B_{n-i,n}(1-t)$$

$$\binom{n}{i} t^i (1-t)^{n-i} = \binom{n}{n-i} (1-t)^{n-i} t^i$$

De Casteljau algoritmus

Je dáno pole řídicích bodů $arrVrcholy(i)$, $i=0..n$

For j = 0 To n-1

For i=0 To n-j-1

arrVrcholy(i)(0)=(1-t)*arrVrcholy(i)(0)+t* arrVrcholy(i+1)(0)

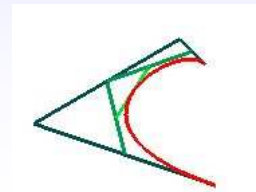
arrVrcholy(i)(1)=(1-t)*arrVrcholy(i)(1)+t* arrVrcholy(i+1)(1)

arrVrcholy(i)(2)=(1-t)*arrVrcholy(i)(2)+t* arrVrcholy(i+1)(2)

Next

Next

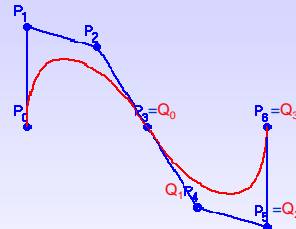
Rhino.AddPoint arrVrcholy(0)



Napojení Bezierových křivek

$$X'(t) = \sum_{i=0}^{n-1} n \cdot B_{i,n-1}(t) \cdot (V_{i+1} - V_i) = n \left[\sum_{i=0}^{n-1} B_{i,n-1}(t) V_{i+1} - \sum_{i=0}^{n-1} B_{i,n-1}(t) V_i \right]$$

- Derivace je určena rozdílem Bezierových křivek nižšího stupně s řídicími polygony V_0, V_1, \dots, V_{n-1} a V_1, V_2, \dots, V_2 ,
- C2 Bezierův spline – shodnost druhé derivace odpovídá shodným druhým diferencím



$$X''(t) = (n-1)n \sum_{i=0}^{n-2} B_{i,n-2}(t) \cdot (R_{i+1} - R_i) = n(n-1) \left[\sum_{i=0}^{n-2} B_{i,n-2}(t) (V_{i+2} - 2V_{i+1} + V_i) \right]$$

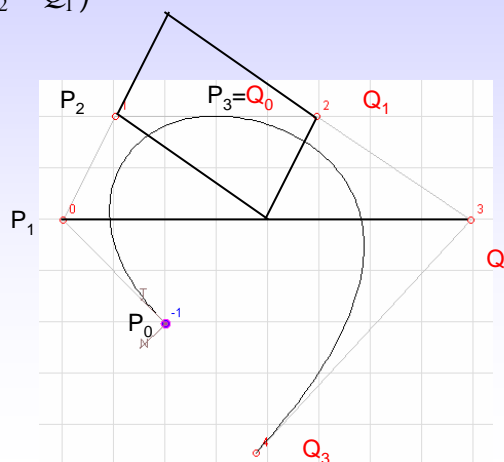
$$\begin{aligned} P_3 - 2P_2 + P_1 &= Q_2 - 2Q_1 + Q_0 \\ (P_3 - P_2) - (P_2 - P_1) &= (Q_2 - Q_1) - (Q_1 - Q_0) \\ 2(P_3 - P_2) &= (P_2 - P_1) + (Q_2 - Q_1) \end{aligned}$$

Napojení Bezierových křivek

- C2 Bezierův spline – shodnost druhé derivace odpovídá shodným druhým diferencím

$$2(P_3 - P_2) = (P_2 - P_1) + (Q_2 - Q_1)$$

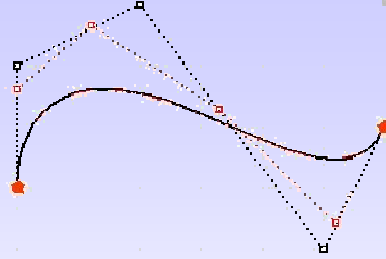
$$\|P_1Q_2\| = 2\|P_2Q_1\|$$



Zvýšení stupně Bezierovy křivky

$$Q_i = \alpha_i P_{i-1} + (1 - \alpha_i) P_i$$

$$\alpha_i = \frac{i}{n+1} \quad i = 0 \dots n+1$$



- Př: Kvadratická Bezierova křivka je dána body P_0, P_1, P_2 . Zadejte tutéž parabolou pomocí 4 řídicích bodů.

$$Q_0 = P_0; \quad Q_1 = \frac{1}{3}P_0 + \frac{2}{3}P_1; \quad Q_2 = \frac{2}{3}P_1 + \frac{1}{3}P_2; \quad Q_3 = P_2$$

$$X(t) = (1-t)^3 Q_0 + 3t(1-t)^2 Q_1 + 3t^2(1-t) Q_2 + t^3 Q_3$$

$$X(t) = P_0 - 2P_0t + P_0t^2 + 2tP_1 - 2t^2P_1 + t^2P_2$$

$$X(t) = (1-2t+t^2)P_0 + (-2t^2+2t)P_1 + t^2P_2$$

B-SPLINE

$$X(u) = \sum_{i=0}^m P_i N_i^k(u)$$

Cox de Boorova
formule

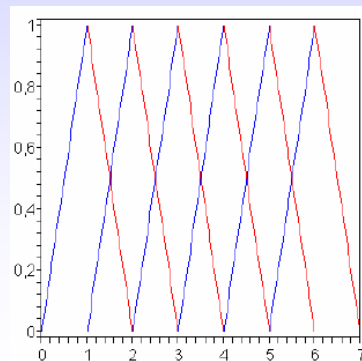
$$N_i^0 = \begin{cases} 1 & \text{pro } t \in \langle t_i, t_{i+1} \rangle \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$$

$$N_i^k(t) = \frac{t-t_i}{t_{i+k}-t_i} N_i^{k-1}(t) + \frac{t_{i+k+1}-t}{t_{i+k+1}-t_{i+1}} N_{i+1}^{k-1}(t)$$

$$N_0^1(t) = \begin{cases} t & \text{pro } t \in (0, 1) \\ 2-t & \text{pro } t \in (1, 2) \\ 0 & \text{jinak} \end{cases}$$

$$N_1^1(t) = \begin{cases} t-1 & \text{pro } t \in (1, 2) \\ 3-t & \text{pro } t \in (2, 3) \\ 0 & \text{jinak} \end{cases}$$

$$N_2^1(t) = \begin{cases} t-2 & \text{pro } t \in (2, 3) \\ 4-t & \text{pro } t \in (3, 4) \\ 0 & \text{jinak} \end{cases}$$



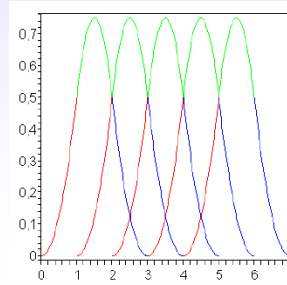
B-SPLINE BÁZOVÉ FUNKCE

$$N_i^0 = \begin{cases} 1 & \text{pro } t \in \langle t_i, t_{i+1} \rangle \\ 0 & \text{jinde} \end{cases} \quad N_i^k(t) = \frac{t-t_i}{t_{i+k}-t_i} N_i^{k-1}(t) + \frac{t_{i+k+1}-t}{t_{i+k+1}-t_{i+1}} N_{i+1}^{k-1}(t)$$

$$N_0^1 = \begin{cases} t & t \in [0,1] \\ 2-t & t \in [1,2] \\ 0 & \text{jinde} \end{cases} \quad N_1^1 = \begin{cases} t-1 & t \in [1,2] \\ 3-t & t \in [2,3] \\ 0 & \text{jinde} \end{cases} \quad N_2^1 = \begin{cases} t-2 & t \in [2,3] \\ 4-t & t \in [3,4] \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$$

$$N_0^2(t) = \begin{cases} t^2/2 & \text{pro } t \in (0,1) \\ t(2-t)/2 + (t-1)(3-t)/2 & \text{pro } t \in (1,2) \\ (3-t)^2/2 & \text{pro } t \in (2,3) \\ 0 & \text{jinak} \end{cases}$$

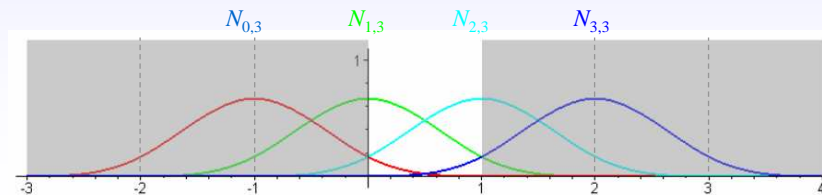
$$N_1^2(t) = \begin{cases} (t-1)^2/2 & \text{pro } t \in (1,2) \\ (t-1)(3-t)/2 + (t-2)(4-t)/2 & \text{pro } t \in (2,3) \\ (4-t)^2/2 & \text{pro } t \in (3,4) \\ 0 & \text{jinak} \end{cases}$$



BÁZOVÉ FUNKCE KUBICKÉHO B-SPLINE

$$N_{i1} = \begin{cases} 1 & \text{pro } t \in \langle t_i, t_{i+1} \rangle \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$$

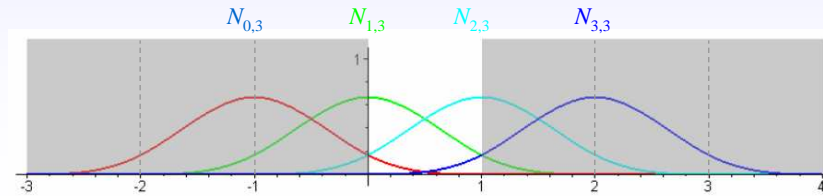
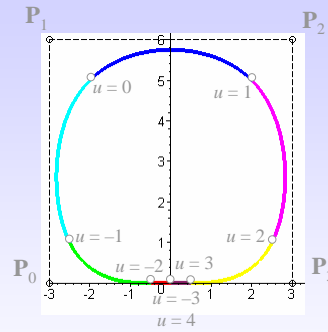
$N_{i,j}$	$[-3, -2)$	$[-2, -1)$	$[-1, 0)$	$[0, 1)$	$[1, 2)$	$[2, 3)$	$[3, 4]$
$N_{0,3}$	$\frac{1}{6}(u+3)^3$	$-\frac{1}{2}u^3 - \frac{5}{2}u^2 - \frac{7}{2}u - \frac{5}{6}$	$\frac{1}{2}u^3 + \frac{1}{2}u^2 - \frac{1}{2}u + \frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}(1-u)^3$	0	0	0
$N_{1,3}$	0	$\frac{1}{6}(u+2)^3$	$-\frac{1}{2}u^3 - u^2 + \frac{2}{3}$	$\frac{1}{2}u^3 - u^2 + \frac{2}{3}$	$\frac{1}{6}(2-u)^3$	0	0
$N_{2,3}$	0	0	$\frac{1}{6}(u+1)^3$	$-\frac{1}{2}u^3 + \frac{1}{2}u^2 + \frac{1}{2}u + \frac{1}{6}$	$\frac{1}{2}u^3 - \frac{5}{2}u^2 + \frac{2}{2}u - \frac{5}{6}$	$\frac{1}{6}(3-u)^3$	0
$N_{3,3}$	0	0	0	$\frac{1}{6}u^3$	$-\frac{1}{2}u^3 + 2u^2 - 2u + \frac{2}{3}$	$\frac{1}{2}u^3 - 4u^2 + 10u - \frac{20}{3}$	$\frac{1}{6}(4-u)^3$



OTEVŘENÁ B-SPLINE KŘIVKA

$$C(u) = \sum_{i=0}^n N_{i,p}(u) P_i, \quad u_p \leq u \leq u_{m-p}$$

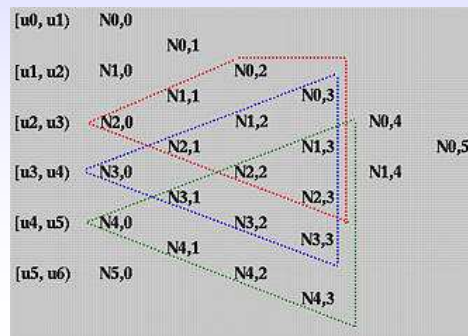
$$U = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\}$$



B-SPLINE

$$X(t) = \sum_{i=0}^m P_i N_i^k(t)$$

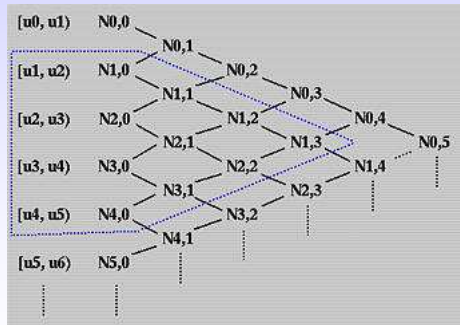
- Křivka je zadaná:
 - $m+1$ řídicími body P_i
 - Stupněm křivky k
 - Uzlovým vektorem parametru $\{t_0, t_1, \dots, t_{m+k+1}\}$
- Na každém intervalu uzlového vektoru je nejvýše $k+1$ bázových funkcí nenulových



Lokalita změn

$$N_i^0 = \begin{cases} 1 & \text{pro } t \in \langle t_i, t_{i+1} \rangle \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$$

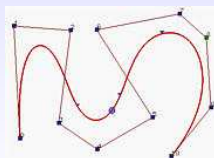
$$N_i^k(t) = \frac{t-t_i}{t_{i+k}-t_i} N_i^{k-1}(t) + \frac{t_{i+k+1}-t}{t_{i+k+1}-t_{i+1}} N_{i+1}^{k-1}(t)$$



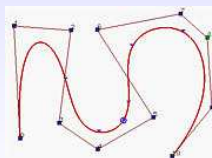
N_i^k je nenulová na intervalu $[t_i, t_{i+k+1}]$

Vliv stupně křivky

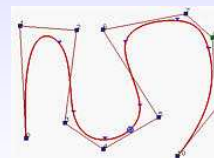
- Změna vrcholu P_i má vliv na křivku vykreslenou v intervalu $[t_i, t_{i+k+1}]$
- Čím nižšího stupně křivka je, tím těsněji přimyká k řídicímu polygonu



$k=7$



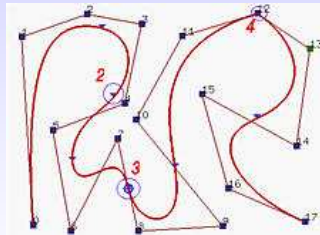
$k=5$



$k=3$

Násobnost uzlu parametrů B-spline

- Necht' t_i je r násobný uzel vektoru parametrů $\{t_0, t_1, \dots, t_{m+k+1}\}$ B-spline křivky stupně k .
Pak v bodě $X(t_i)$ je křivka C^{k-r} spojitá.



$$m = 17, k = 4$$

$u_0 - u_4$	u_5	$u_6 - u_7$	u_8	$u_9 - u_{11}$	u_{12}	$u_{13} - u_{16}$	u_{17}	$u_{18} - u_{22}$
0	0.125	0.25	0.375	0.5	0.625	0.75	0.875	1

Ukotvená B-spline

- B-spline křivka stupně k s uzlovým vektorem parametrů

$$\{t_0 = t_1 = \dots = t_k, t_{k+1}, \dots, t_{n-k} = t_{n-k+1} = t_n\}$$

je Bezierovou křivkou stupně k .

- Počet intervalů uzlového vektoru nenulové délky je roven počtu segmentů křivky
- Bernsteinovy polynomy jsou speciální B-spline bazí.
Důkaz-m.i.

1. $k=1, u=(0,0,1,1), C(t)=(1-t)V_0+tV_1$

2. Necht' věta platí pro k

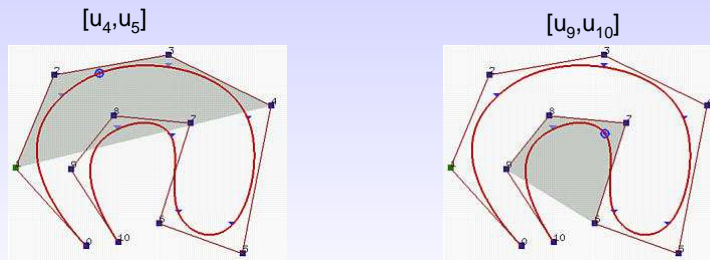
$$N_i^{k+1}(t) = \frac{t-t_i}{t_{i+k}-t_i} B_{i,k}(t) + \frac{t_{i+k+1}-t}{t_{i+k+1}-t_{i+1}} B_{i+1,k}(t)$$

$$N_i^{k+1}(t) = tB_{i,k}(t) + (1-t)B_{i+1,k}(t) = B_{i,k+1}(t)$$

[NURBS](#)

Podmínka konvexního obalu

- Pro každou hodnotu u v intervalu $[u_i, u_{i+1}]$ křivka leží v konvexním obalu řídicího polygonu $P_i, P_{i+1}, \dots, P_{i+k}$.
(Segment křivky leží v konvexním obalu $k+1$ řídicích bodů)

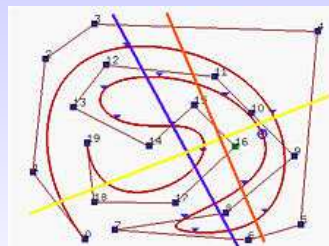


B-spline $m=10, k=3$

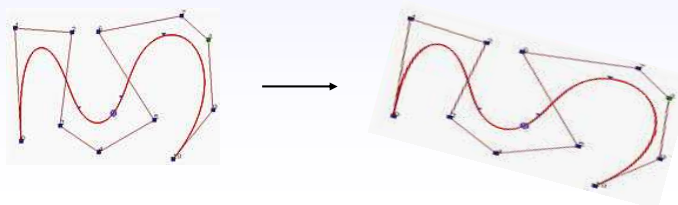
u_0	u_1	u_2	u_3	u_4	u_5	u_6	u_7	u_8	u_9	u_{10}	u_{11}	u_{12}	u_{13}	u_{14}
0	0	0	0	0.12	0.25	0.37	0.5	0.62	0.75	0.87	1	1	1	1

Variation Diminishing property, Affine invariance

- Křivka protne přímku v nejvýše tolika bodech, v kolika protne její řídicí polygon

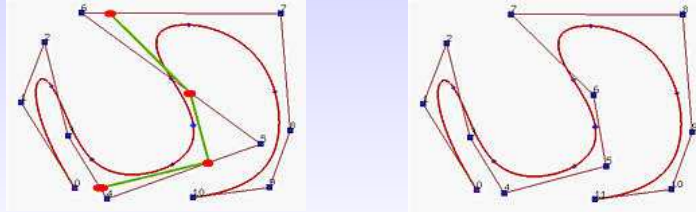


- Afinní invariance



Vložení nového uzlu

- Je dána množina $m+1$ řídicích bodů P_0, P_1, \dots, P_m , stupeň k , uzlový vektor parametrů $T = \{t_0, t_1, \dots, t_{m+k+1}\}$. Chceme vložit nový uzel t , aniž by se změnila křivka.



- Pro hodnotu t v intervalu $[t_i, t_{i+1}]$ křivka leží v konvexním obalu řídicího polygonu $P_i, P_{i+1}, \dots, P_{i+k}$, ostatní báze funkce jsou nula.

$$Q_i = (1 - \alpha_i)P_{i-1} + \alpha_i P_i$$

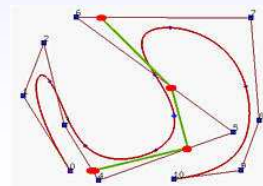
Vložení nového uzlu

- Je dána množina $m+1$ řídicích bodů P_0, P_1, \dots, P_m , položíme $P_{m+1} = 0$

$$\begin{aligned} C(t) &= \sum_{i=0}^m P_i \cdot N_i^k(t) = \sum_{i=0}^m P_i \frac{t-t_i}{t_{i+k}-t_i} N_i^{k-1}(t) + \sum_{i=0}^m P_i \frac{t_{i+k+1}-t}{t_{i+k+1}-t_{i+1}} N_{i+1}^{k-1}(t) = \\ &= \sum_{i=0}^m P_i \frac{t-t_i}{t_{i+k}-t_i} N_i^{k-1}(t) + \sum_{i=1}^{m+1} P_{i-1} \frac{t_{i+k}-t}{t_{i+k}-t_i} N_i^{k-1}(t) = \\ &= \sum_{i=1}^{m+1} \left(P_i \frac{t-t_i}{t_{i+k}-t_i} + P_{i-1} \frac{t_{i+k}-t}{t_{i+k}-t_i} \right) N_i^{k-1}(t) \end{aligned}$$

$$Q_i = P_{i-1} \frac{t_{i+k}-t}{t_{i+k}-t_i} + P_i \frac{t-t_i}{t_{i+k}-t_i}$$

$$Q_i = (1 - \alpha_i)P_{i-1} + \alpha_i P_i$$



1. Najít interval $\langle t_k, t_{k+1} \rangle$, kde zadaný parametr t leží.
2. Vytvořit novou posloupnost bodů $Q_k, Q_{k-1}, \dots, Q_{k-n+1}$, pro kterou platí:

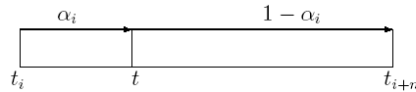
$$\begin{aligned} Q_k &\in P_{k-1}P_k \\ Q_{k-1} &\in P_{k-2}P_{k-1} \\ &\vdots \\ Q_{k-n+1} &\in P_{k-n}P_{k-n+1}. \end{aligned}$$

Body Q_i se počítají podle vztahů:

$$\begin{aligned} Q_i &= (1 - \alpha_i)P_{i-1} + \alpha_i P_{i+1} \\ \alpha_i &= \frac{t - t_i}{t_{i+n} - t_i}. \end{aligned}$$

Stupeň $n, m+1$ bodů P_i

Geometricky určuje číslo α_i podíl intervalu $\langle t_i, t_{i+n} \rangle$, jak vidíme na schématu 2.14.



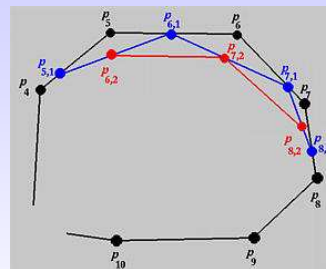
Obrázek 2.14: Geometrický význam vkládání uzlů

3. Vykreslit křivku pro nové kontrolní body $P_0, P_1, \dots, P_{k-n}, Q_{k-n+1}, \dots, Q_{k-1}, P_k, \dots, P_m$. (Jejich počet je $m + 2$.)

Násobné vložení uzlu

- Hodnotu t vložíme do uzlového vektoru h -krát.

$$\begin{aligned} Q_{i,h} &= (1 - \alpha_{i,h})P_{i-1,h-1} + \alpha_{i,h}P_{i,h-1} \\ \alpha_{i,h} &= \frac{t - t_i}{t_{i+k-(h-1)} - t_i} \end{aligned}$$



for $r = 1$ **to** h **do**

for $i = k-p+r$ **to** $k-s$ **do**

begin

$$a_{i,r} := (t - u_i) / (u_{i+p-r+1} - u_i)$$

$$P_{i,r} := (1 - a_{i,r})P_{i-1,r-1} + a_{i,r}P_{i,r-1}$$

end

s =násobnost t (pokud je uzlem původního vektoru)

De Boorův algoritmus

- Je-li násobnost uzlu t rovna stupni křivky, pak bod $C(t)$ je bodem křivky.
(Zvolíme hodnotu uzlu t , vložíme ji k -krát a dostáváme bod na křivce)
- Algoritmus
 1. Vstup: stupeň křivky k , řídicí body, uzlový vektor, hodnota parametru t
 2. Nalézt interval $[t_i, t_{i+1}]$ v němž t leží
 3. Pokud $t=t_i$, je nutné určit násobnost uzlu s .
 4. Opakované vložení uzlu $(k-s)$ - krát

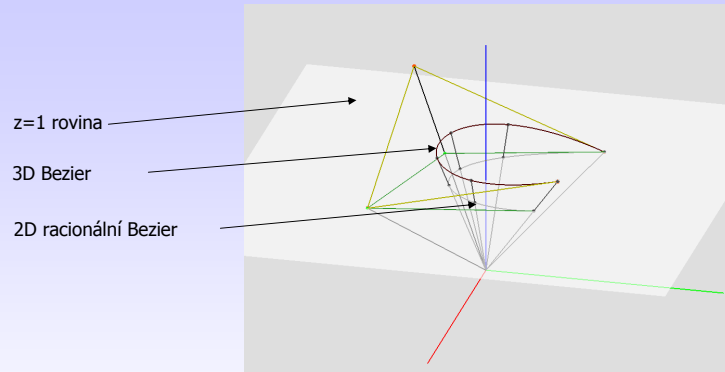
De Casteljau a Boorův algoritmus

- B-spline křivka $C(t)$ stupně k definovaná $k+1$ řídicími body P_0, \dots, P_k a uzlovým vektorem ve kterém je prvních a posledních $k+1$ hodnot splývá je Bezierova křivka stupně k .
- Oba algoritmy generují pro všechna $t \in (0,1)$ body stejné křivky .
 $C(0) = P_0, C(1) = P_k$.
Nechť $t_0 = t_1 = \dots = t_k = 0$ a $t_{k+1} = t_{k+2} = \dots = t_{2k+1} = 1$, tedy $t \in [t_i, t_{i+1})$.
 $t_{i+k} - t_k = 1, t_i = 0$ pro každé $i = 1, 2, \dots, k$

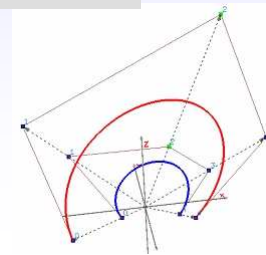
$$\alpha_i = \frac{t - t_i}{t_{i+k} - t_k} = t; i = 1, 2, \dots, k$$

- Všechny strany řídicího polygonu jsou rozděleny ve stejném poměru $\alpha_i:1-\alpha_i$, tedy první vložení uzlu de Boorova algoritmu dává první iteraci de Casteljau's algoritmu.

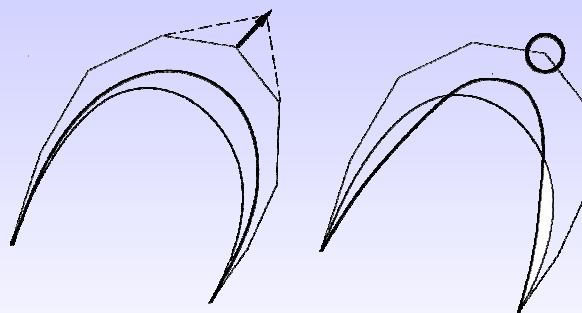
Racionální Bezierovy křivky



$$R_{i,n}(u) = \frac{B_{n,i}(u)w_i}{\sum_{j=0}^n B_{n,j}(u)w_j}$$



Změna Váhy bodů

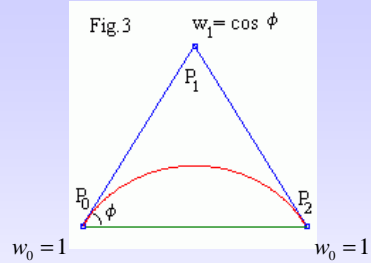


Pohyb řídicího bodu (vlevo) působí na tvar křivky odlišně než změna váhy (vpravo)

Kružnice jako kvadratický NURBS

Oblouk - Bezierova kvadrika

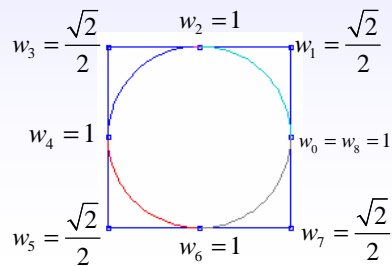
1. Délka úseků na tečnách musí být shodná
2. Vektor uzlových bodů $[0,0,0,1,1,1]$



Kružnice – kvadratický NURBS

1. Řídící vrcholy jsou tvořeny vrcholy opsaného čtverce a středy stran
2. Vektor uzlových bodů

$$\left[0,0,0, \frac{1}{4}, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \frac{3}{4}, 1,1,1 \right]$$



Cvičení - Oskulační kružnice elipsy

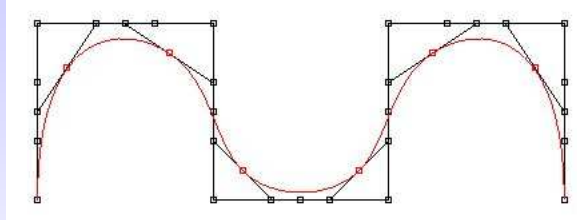
Použité příkazy:		
Elipsa.....	 Křivka > Elipsa > Střed
Lomená čára.....	 Křivka > Lomená čára > Lomená čára
Prodloužit křivku.....	 Křivka > Prodloužit křivku > Prodloužit křivku
Kružnice.....	 Křivka > Kružnice > Střed, poloměr
Poloměr.....	 Analýza > Poloměr
Zapnout graf křivosti.....	 Analýza > Křivka > Zapnout graf křivosti
Vlastnosti objektu (změna barvy).....	 Úpravy > Vlastnosti objektu

1. Elipsa, osy, konstrukce oskulačních kružnic

2. Graf křivosti

Cvičení - KUBICKÝ NURBS-RHINO

stupeň 3



stupeň 2

