

Afinní kombinace bodů – barycentrické souřadnice

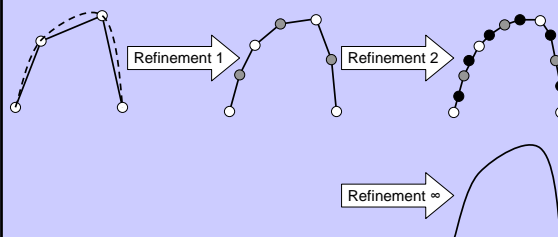
- Subdivision
- Bezierovy křivky a plochy



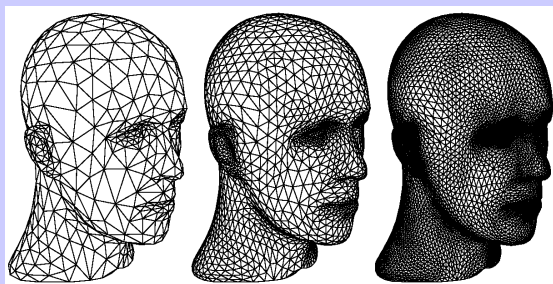
Geri's Game (1997) : Pixar Animation Studios

Subdivision pro křivky

- Křivka jako limitní případ iteračního procesu.

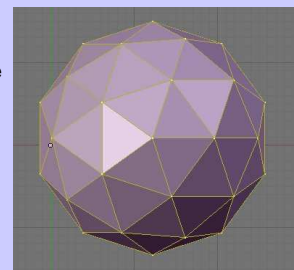


Subdivision pro plochy



Výhody a nevýhody Subdivision

- Efektivní reprezentace
- Snadný rendering
- Afinní invariance
- Obtížná analýza spojitosti
- Nemožná parametrizace

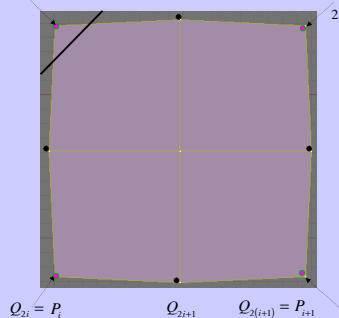


Základní princip – 2D

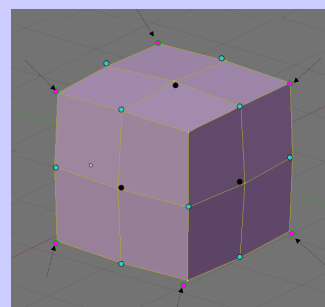
- Dělení
- Vyhlazení (zprůměrování)

$$1. Q_{2i+1} = \frac{P_i + P_{i+1}}{2}, Q_{2i} = P_i$$

$$2. \tilde{Q}_{2i} = \frac{Q_{2i} + Q_{2i+1} + Q_{2i-1}}{3}$$

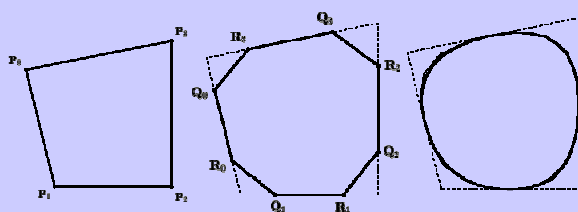


Základní princip – 3D

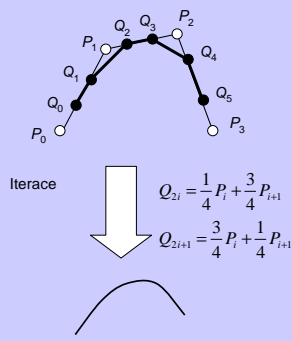


Chaiken Algorithmus

Metoda seřiznutí rohu – 2 dělící body na každé hraně 1/4 and 3/4



Chaiken Algorithmus



$$Q_0 = \frac{1}{4}P_0 + \frac{3}{4}P_1$$

$$Q_1 = \frac{3}{4}P_0 + \frac{1}{4}P_1$$

$$Q_2 = \frac{1}{4}P_1 + \frac{3}{4}P_2$$

$$Q_3 = \frac{3}{4}P_1 + \frac{1}{4}P_2$$

$$Q_4 = \frac{1}{4}P_2 + \frac{3}{4}P_3$$

$$Q_5 = \frac{3}{4}P_2 + \frac{1}{4}P_3$$

Konvergence k výsledné křivce

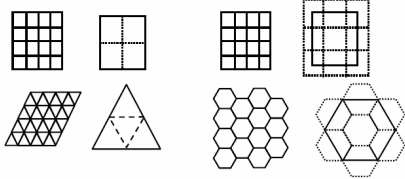
Klasifikace dělicích schémat

- Dle pravidel zjemňování
- Dle typu topologie sítě
- Aproximující x interpolující

Pravidla zjemňování

Primární (zjemňování stěn)

Duální (zjemňování vrcholů)



Klasifikace dělicích schémat

Primární (vkládání vrcholů)

Duální (ořezávání rohů)

aproximační *interpolující*



Catmull
-Clark

Kobbelt



Doo-Sabin
Midedge



Loop

Butterfly



Dyn-Levin-Liu
(nelineární)

Catmull-Clark

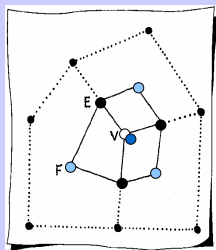
- F - vrcholy
- E - vrcholy
- → ● V - vrcholy

Algoritmus:

- 1) vytvoř nové F-vrcholy: těžiště stěny
- 2) vytvoř E-vrcholy: průměr středu hrany a F-vrcholů přilehlých stěn
- 3) Posuň původní V - vrcholy: kombinace původního vrcholu, středu hrany a nových E a F vrcholů
- 4) vytvoř nové stěny (F-E-V-E)

Opakuj....

Výstup: 4-úhelníková síť, stupně vrcholů mohou být různé



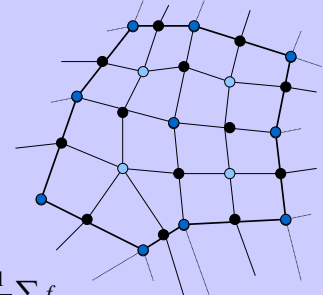
Catmull-Clark Subdivision (1978)

- F - vrcholy
- E - vrcholy
- → ● V - vrcholy

$$f = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n v_i$$

$$e = \frac{v_1 + v_2 + f_1 + f_2}{4}$$

$$v_{i+1} = \frac{n-2}{n} v_i + \frac{1}{n^2} \sum_j e_j + \frac{1}{n^2} \sum_j f_j$$



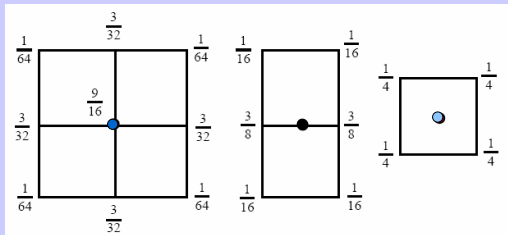
Catmull-Clark schéma (1978)

● V - vrcholy ● E-vrcholy ○ F - vrcholy

$$v_{i+1} = \frac{n-2}{n}v_i + \frac{1}{n}\sum_j e_j + \frac{1}{n}\sum_j f_j$$

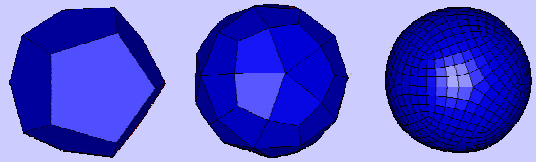
$$e = \frac{v_1 + v_2 + f_1 + f_2}{4}$$

$$f = \frac{1}{n}\sum_i v_i$$

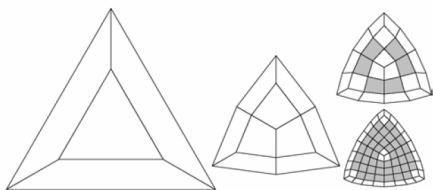


Catmull-Clark

- Nové body leží v konvexním obalu bodů původních
- Lokalita změn
- Algoritmus je afinně invariantní
- (Všechny algoritmy používají barycentrické souřadnice)

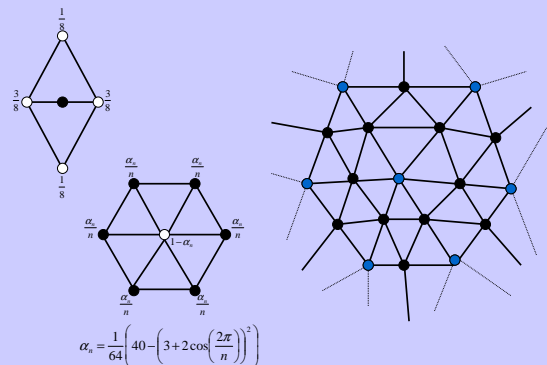


Catmull-Clarkovo dělení - vlastnosti



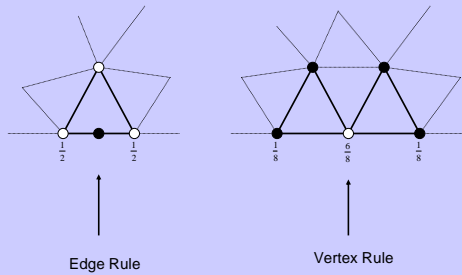
- po první iteraci jsou všechny stěny čtyřúhelníkové a počet nepravidelných bodů konstantní
- přibývá stěn, jež můžeme nahradit B-spline plátem
- uzavřené povrchy: v každé iteraci se počet stěn zvýší 4x

Loop Subdivision



Loop Subdivision

- Dělení na hranici



Dělicí schéma Butterfly

- Interpolační
- Dělicí schéma primární
- Vstupem je trojúhelníková síť

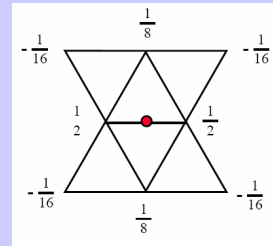
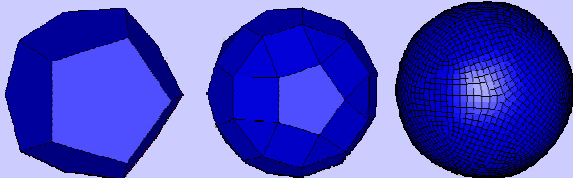
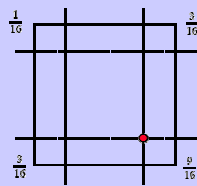


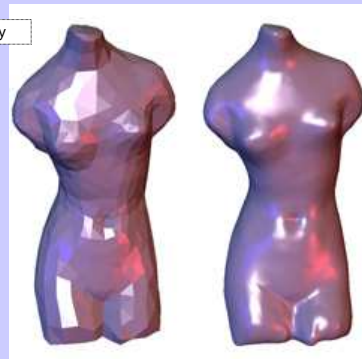
Schéma dělení Doo-Sabin

- Duální schéma
- Po 1. iteraci je stupeň všech vrcholů 4



Srovnání výsledků aplikace algoritmů

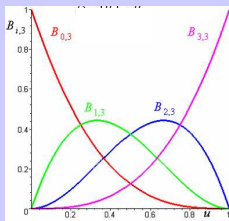
Butterfly



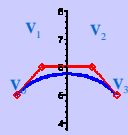
BÉZIEROVA KUBIKA

$$C(u) = \sum_{i=0}^3 B_{i,3}(u) \mathbf{V}_i, \quad 0 \leq u \leq 1$$

$$B_{i,3}(u) = \binom{3}{i} u^i (1-u)^{3-i}$$



$$\begin{aligned} B_{0,3}(u) &= (1-u)^3 \\ B_{1,3}(u) &= 3u(1-u)^2 \\ B_{2,3}(u) &= 3u^2(1-u) \\ B_{3,3}(u) &= u^3 \end{aligned}$$



Bezierovy pláty

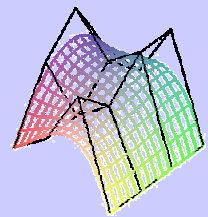
$$X(u, v) = (B_{0,n}(u), B_{1,n}(u), \dots, B_{n,n}(u)) \cdot U \cdot (B_{0,m}(v), B_{1,m}(v), \dots, B_{m,m}(v))$$

$U \dots$ mapa plochy

$$U = \begin{pmatrix} P_{00} & P_{01} & \dots & P_{0m} \\ P_{10} & P_{11} & \dots & P_{1m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ P_{n0} & P_{n1} & \dots & P_{nm} \end{pmatrix}$$

$B_{i,n} \dots$ Bernsteinovy polynomy

$$B_{i,n}(u) = \binom{n}{i} u^i (1-u)^{n-i}$$



BÉZIERŮV BIKUBICKÝ PLÁT

$$X(u, v) = \sum_{i=0}^3 \sum_{j=0}^3 B_{i,3}(u) B_{j,3}(v) \mathbf{V}_{i,j}, \quad u \in [0, 1], v \in [0, 1]$$

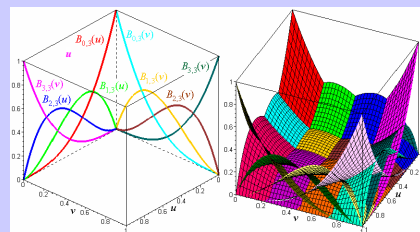
$$\begin{bmatrix} \mathbf{V}_{0,0} & \mathbf{V}_{0,1} & \mathbf{V}_{0,2} & \mathbf{V}_{0,3} \\ \mathbf{V}_{1,0} & \mathbf{V}_{1,1} & \mathbf{V}_{1,2} & \mathbf{V}_{1,3} \\ \mathbf{V}_{2,0} & \mathbf{V}_{2,1} & \mathbf{V}_{2,2} & \mathbf{V}_{2,3} \\ \mathbf{V}_{3,0} & \mathbf{V}_{3,1} & \mathbf{V}_{3,2} & \mathbf{V}_{3,3} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{B}^u = [B_{0,3}(u) \ B_{1,3}(u) \ B_{2,3}(u) \ B_{3,3}(u)] \quad \mathbf{B}^v = [B_{0,3}(v) \ B_{1,3}(v) \ B_{2,3}(v) \ B_{3,3}(v)]$$

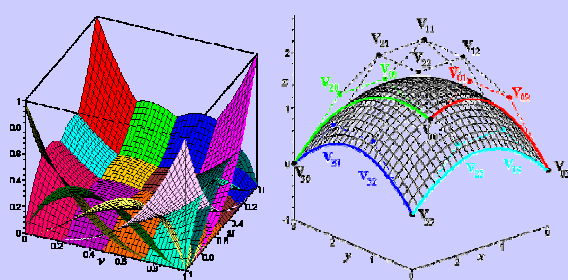
$$\mathbf{B} = \mathbf{B}^u \mathbf{B}^v = \begin{bmatrix} B_{0,3}(u)B_{0,3}(v) & B_{0,3}(u)B_{1,3}(v) & B_{0,3}(u)B_{2,3}(v) & B_{0,3}(u)B_{3,3}(v) \\ B_{1,3}(u)B_{0,3}(v) & B_{1,3}(u)B_{1,3}(v) & B_{1,3}(u)B_{2,3}(v) & B_{1,3}(u)B_{3,3}(v) \\ B_{2,3}(u)B_{0,3}(v) & B_{2,3}(u)B_{1,3}(v) & B_{2,3}(u)B_{2,3}(v) & B_{2,3}(u)B_{3,3}(v) \\ B_{3,3}(u)B_{0,3}(v) & B_{3,3}(u)B_{1,3}(v) & B_{3,3}(u)B_{2,3}(v) & B_{3,3}(u)B_{3,3}(v) \end{bmatrix}$$

BÉZIERŮV BIKUBICKÝ PLÁT

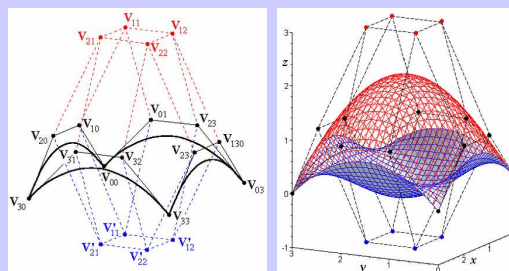
$$\mathbf{B} = \mathbf{B}^u \mathbf{B}^v = \begin{bmatrix} B_{0,3}(u)B_{0,3}(v) & B_{0,3}(u)B_{1,3}(v) & B_{0,3}(u)B_{2,3}(v) & B_{0,3}(u)B_{3,3}(v) \\ B_{1,3}(u)B_{0,3}(v) & B_{1,3}(u)B_{1,3}(v) & B_{1,3}(u)B_{2,3}(v) & B_{1,3}(u)B_{3,3}(v) \\ B_{2,3}(u)B_{0,3}(v) & B_{2,3}(u)B_{1,3}(v) & B_{2,3}(u)B_{2,3}(v) & B_{2,3}(u)B_{3,3}(v) \\ B_{3,3}(u)B_{0,3}(v) & B_{3,3}(u)B_{1,3}(v) & B_{3,3}(u)B_{2,3}(v) & B_{3,3}(u)B_{3,3}(v) \end{bmatrix}$$



BÉZIERŮV BIKUBICKÝ PLÁT

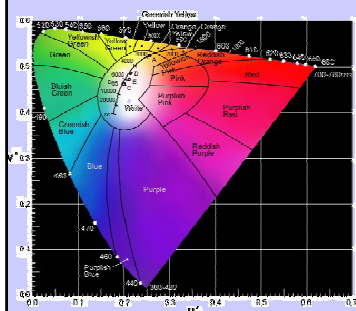


BÉZIERŮV BIKUBICKÝ PLÁT



- Poloha vnitřních vrcholů B. plátu nemá vliv na tvar okrajových křivek
- Okrajové křivky Bézierovy kubiky

Chromatický diagram - kvantitativní určení sytosti a dominantní vlnové délky



Předpokládáme, že každou barvu lze definovat afinní kombinací tří primárních barev, které jsou vyznačovány monochromatickými zdroji světla

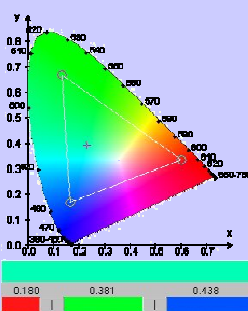
$R = 700 \text{ nm}$

$G = 541 \text{ nm}$

$B = 435.8 \text{ nm}$

$$C_{rgb} = rR + gG + bB$$

Chromatický diagram



- Gamut RGB
- Barva je vyjádřena konvexními (barycentrickými) souřadnicemi vrcholů trojúhelníku