Stromy

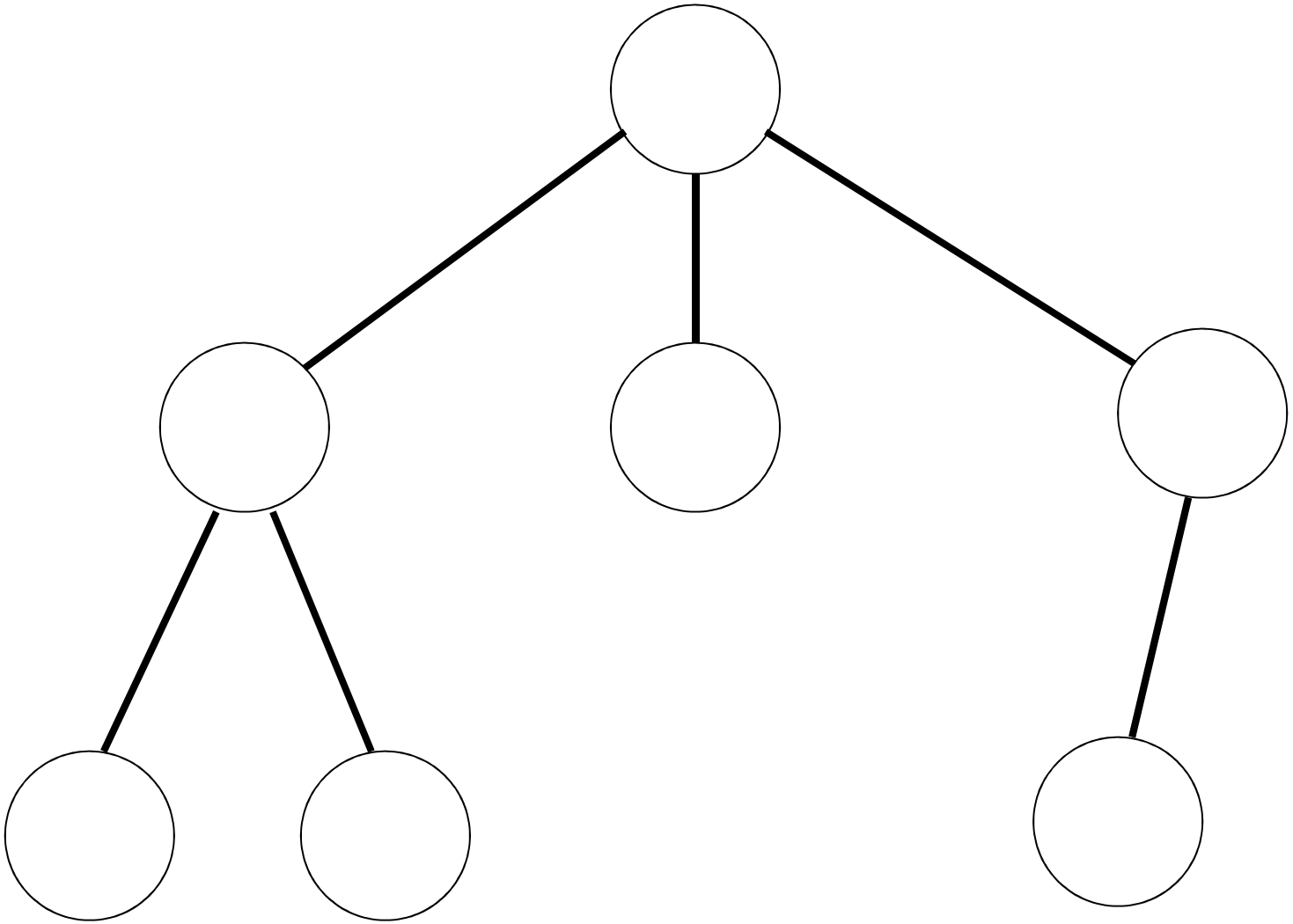
úvod

Stromy

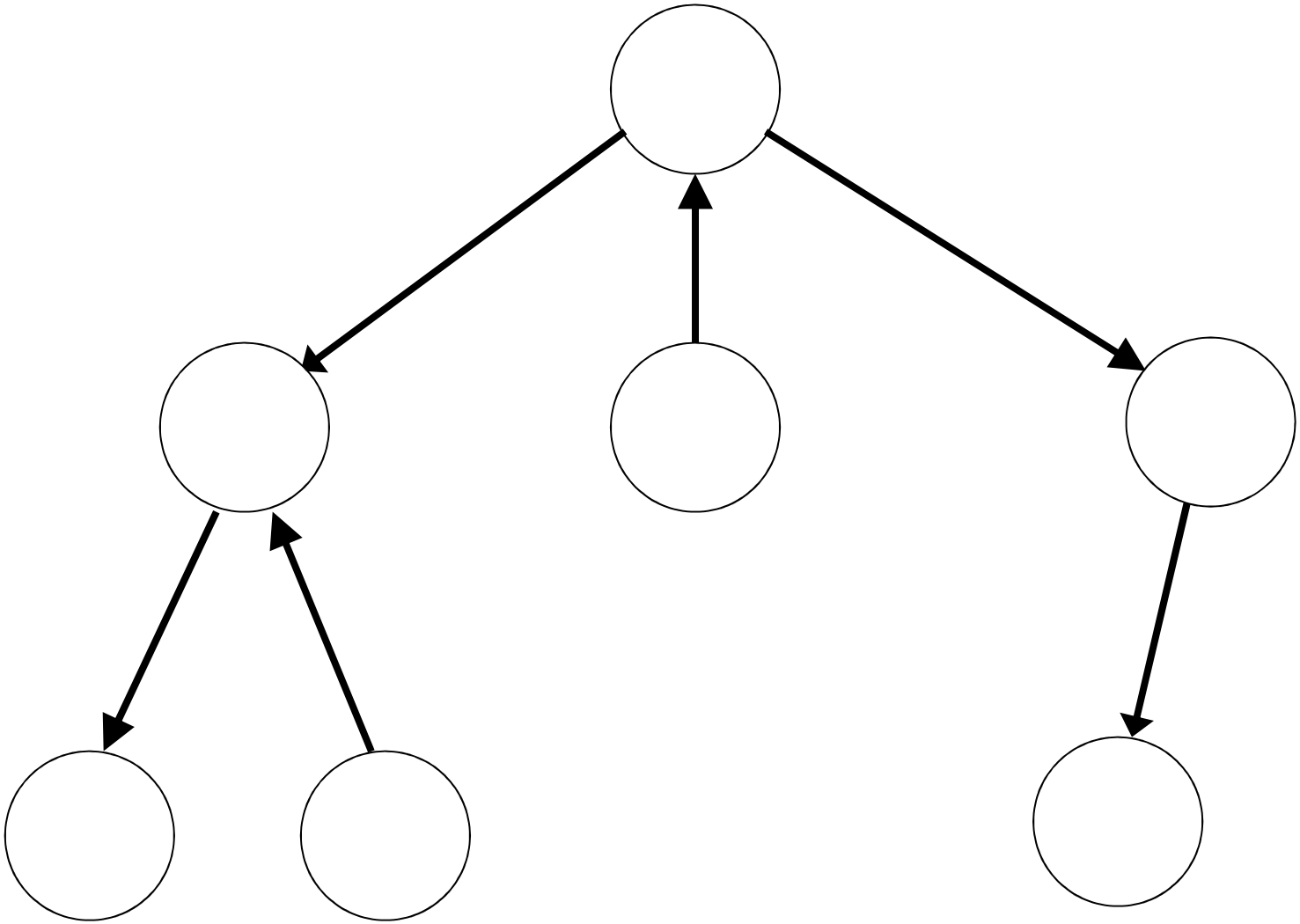
Strom:

- souvislý graf bez kružnic
- využití:
  - počítačová grafika – seznam objektů
  - efektivní vyhledávání
  - výpočetní stromy
  - rozhodovací stromy

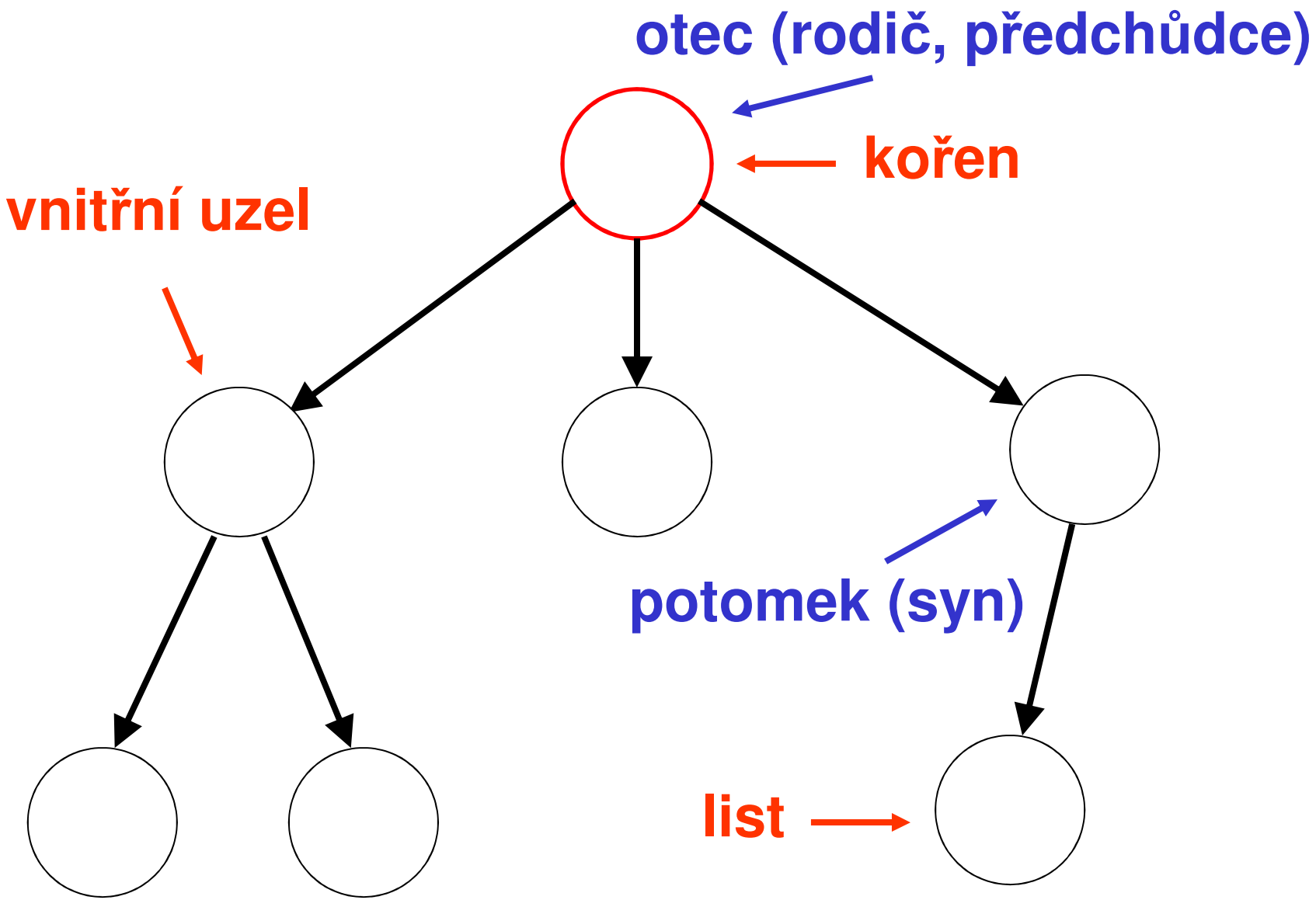
Neorientovaný strom



Orientovaný strom



Kořenový orientovaný strom

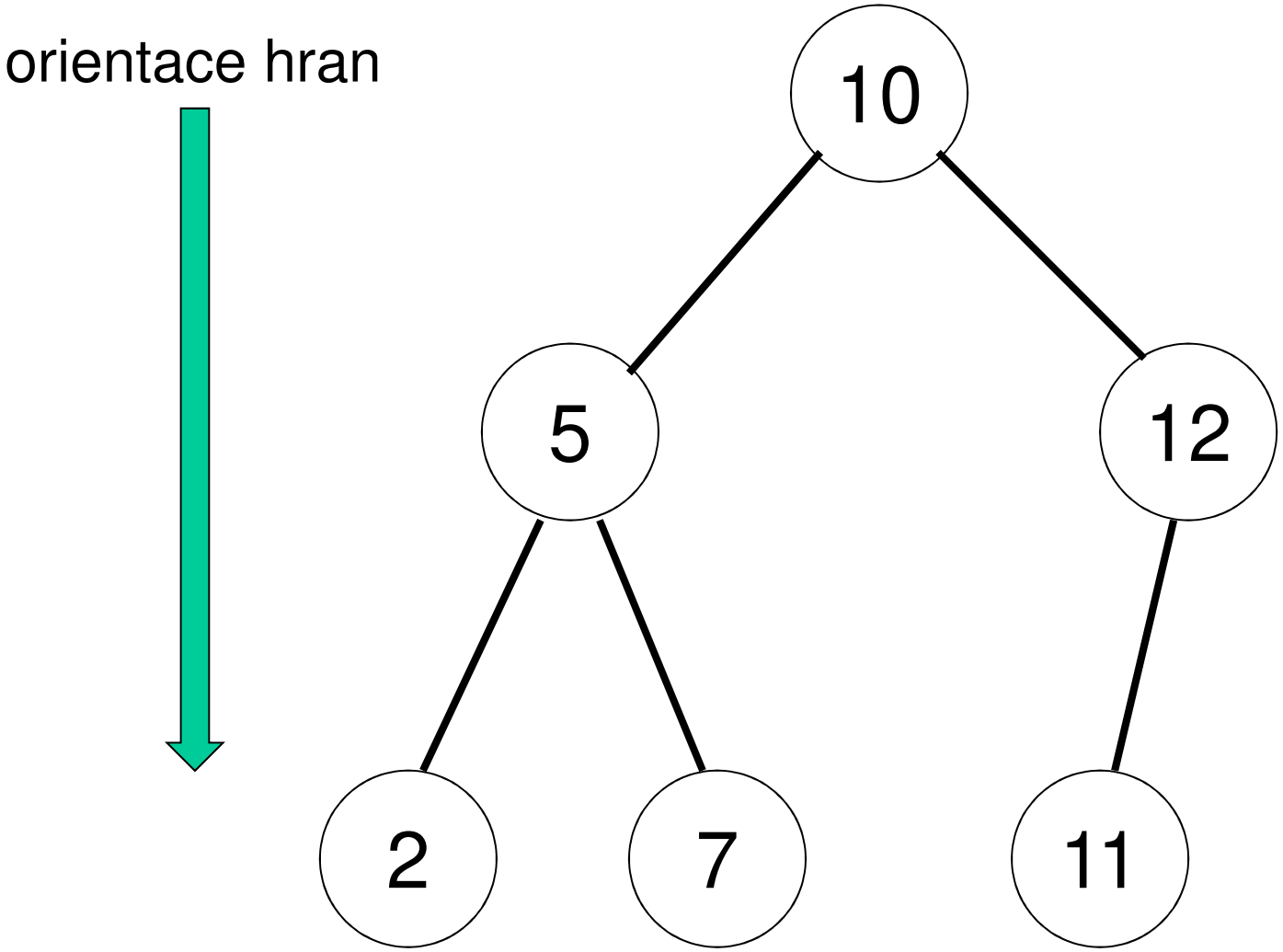


- **kořenový strom** s kořenem **u**
  - orientovaný strom, kde každá cesta C(**u**,v) je orientovanou cestou
- **hloubka** hl(x) uzlu x v kořenovém stromu
  - vzdálenost od kořene
- **hloubka kořenového stromu**
  - max hl(x) $x \in V$

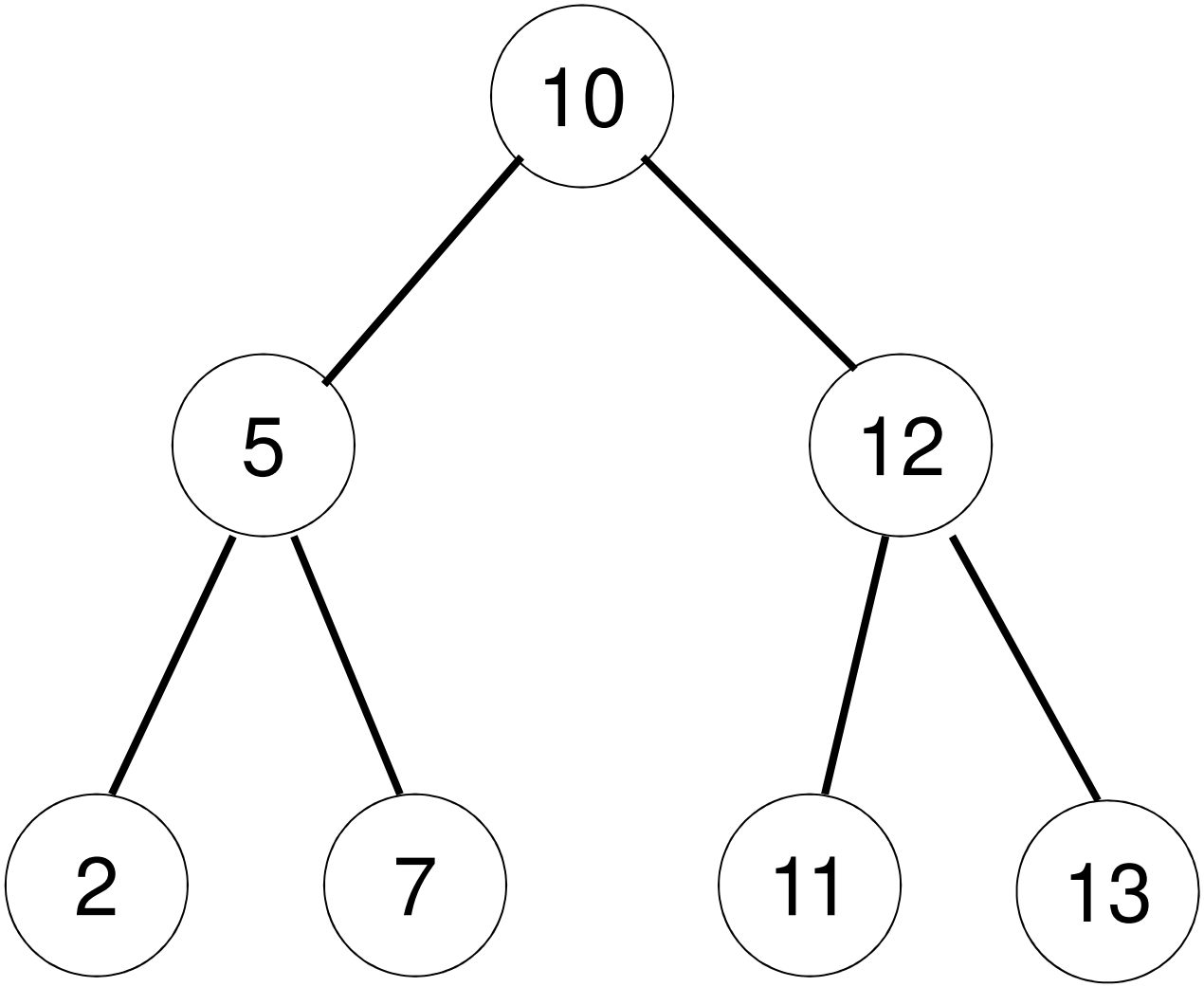
Binární strom

- každý uzel má maximálně dva potomky
- uspořádaný binární strom
  - uzly jsou ohodnoceny prvky (čísly,…)
  - potomek na levé straně má vždy menší hodnotu nebo rovnu než rodič
  - potomek na pravé straně má vždy větší hodnotu
  - uspořádané binární stromy se využívají zejména jako vyhledávací stromy; složitost hledání je v průměrném případě $log_2 n$

Uspořádaný binární strom



Úplný pravidelný binární strom (strom stupně 2) hloubky 2



- úplný pravidelný binární strom hloubky *k* má počet uzlů

$$n = 2^{k+1}-1$$

- binární strom (nemusí být úplný) o n uzlech má minimální výšku

$$k = \lfloor \log_2(n) \rfloor$$

dolní celá část čísla

– příklad: strom o $n = 5$ uzlech má výšku

$$k = \lfloor \log_2(5) \rfloor = \lfloor 2{,}32 \rfloor = 2$$

Reprezentace stromu

- binární strom je nejčastěji reprezentován ukazatelem na kořen (ukazatel na uzel stromu)
- uzel je reprezentován strukturou:
  - prvkem, nesoucí informaci
  - ukazateli na levý a pravý podstrom

```
typedef struct TUzel {
  int hodnota;
  TUzel *levy;
  TUzel *pravy;
  } TUzel;
```

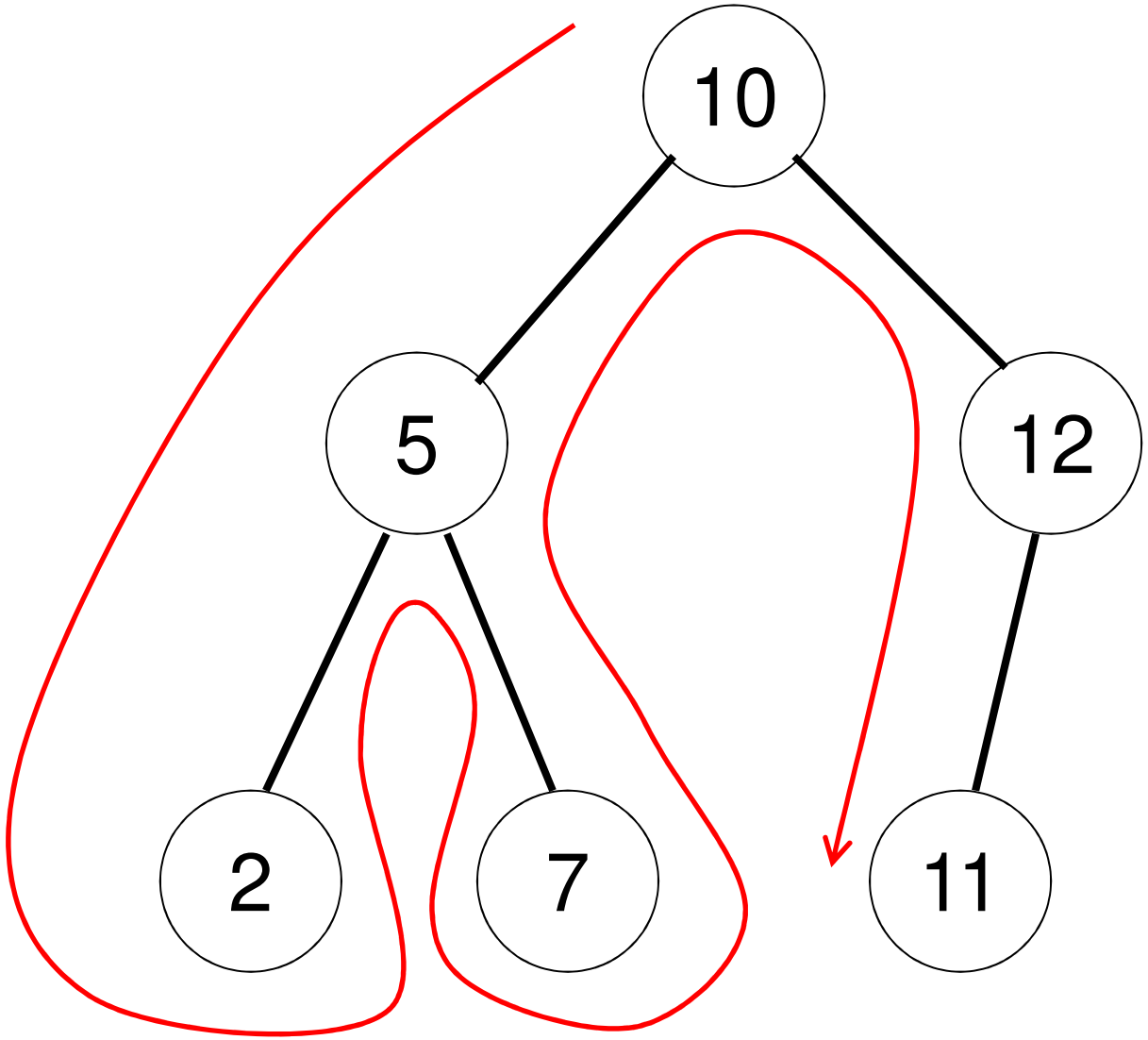
- list má ukazatele na levý a pravý podstrom nastaveny na `NULL`

Operace nad stromem

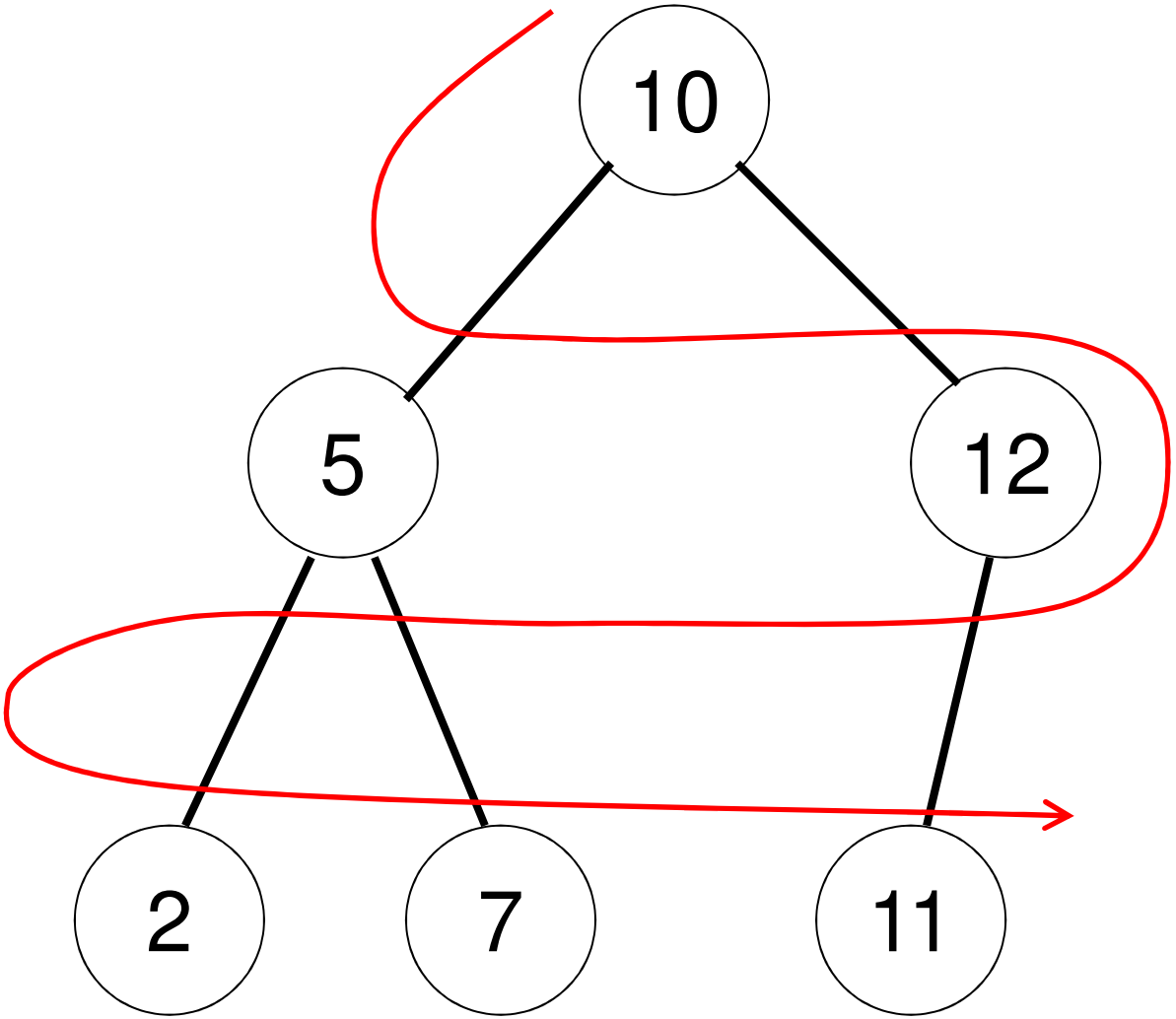
- operace nad stromem jsou (většinou) rekurzivní
  - dle typu úlohy
    - kompletní procházení stromu do hloubky musí být naprogramováno rekurzí
    - „obyčejné“ hledání prvku ve stromě lze naprogramovat i nerekurzivně

- operace nad stromem
  - procházení stromu (může být spojeno s nějakou akcí)
    - do šířky
    - do hloubky
  - hledání prvku ve stromě
  - vložení nového prvku jako nový list
  - vyjmutí prvku
  - rušení stromu

Procházení stromu do hloubky



Procházení stromu do šířky



Obecný algoritmus procházení binárního stromu do hloubky

```
void projdi(TUzel *u)
{
  if (u==NULL) return;
  akce(u->hodnota);
  projdi(u->levy);
  projdi(u->pravy);
}
```

Varianty procházení stromu do hloubky

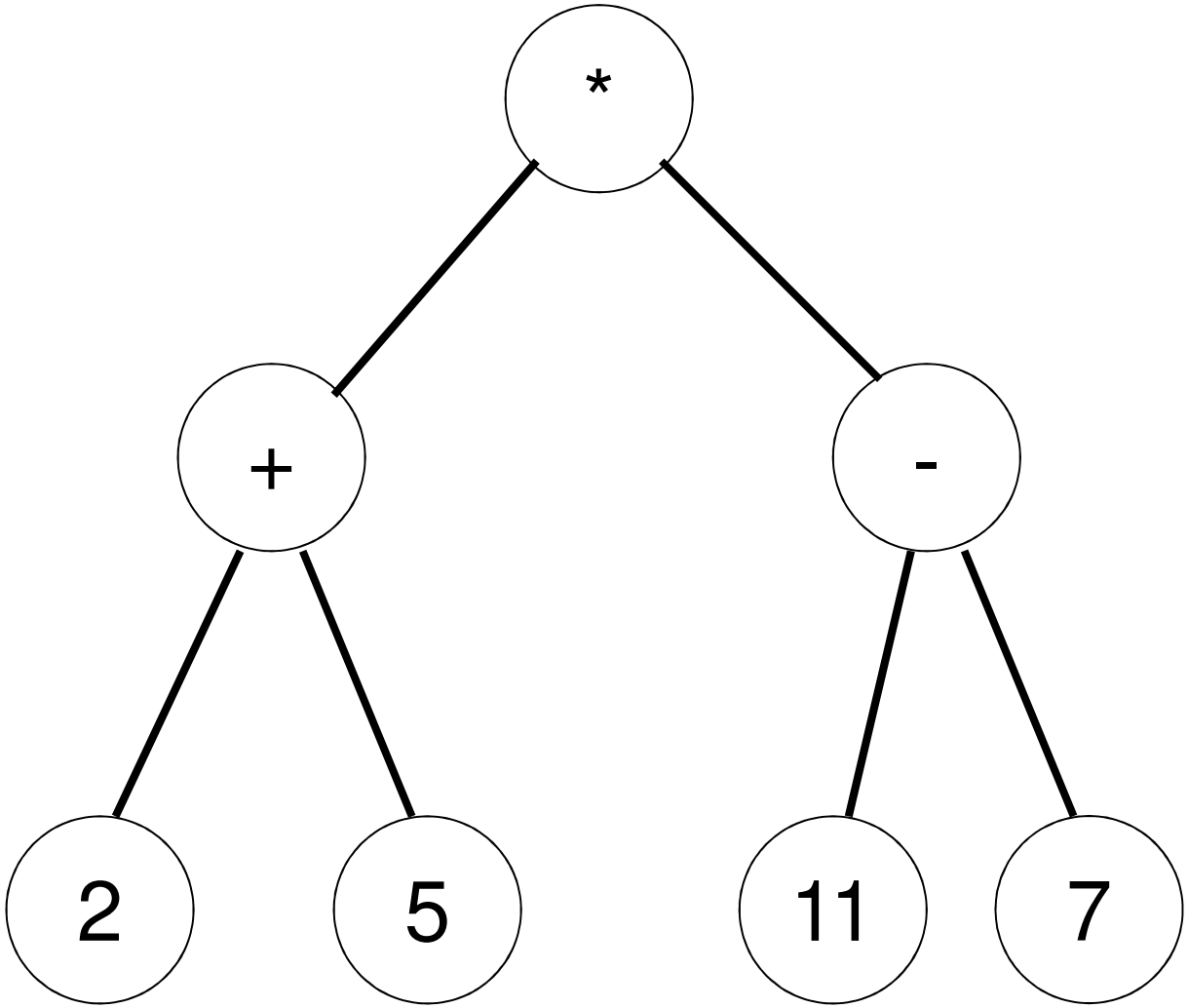
- *left order*
  - levý podstrom, zpracování uzlu, pravý podstrom
- *right order*
  - pravý podstrom, zpracování uzlu, levý podstrom
- *preorder*
  - zpracování uzlu, levý podstrom, pravý podstrom
- *další permutace, mají-li smysl*

Příklad – left order

- výpis prvků uspořádaného stromu

```
void vypis(TUzel *u)
{
  if (u==NULL) return;
  vypis(u->levy);
  printf("%d ",u->hodnota);
  vypis(u->pravy);
}
```

Příklad – pre order
(reprezentace výrazu stromem)



- strom reprezentuje výraz

(2+5)*(11-7)

- výpis v pre-order formě (polská notace)

* + 2 5 – 11 7

```
void vypis_pre(TUzel *u)
{
  if (u==NULL) return;
  printf("%c ",u->hodnota);
  vypis_pre(u->levy);
  vypis_pre(u->pravy);
}
```

Poznámka:

- stromová reprezentace se běžně používá v překladačích programovacích jazyků jako vnitřní reprezentace výrazů, konstruktů
- pokud chceme strom vyhodnotit, procházíme jej metodou post-order

Hledání prvku

- vrací 1, je-li hodnota nalezena

```
int najdi(TUzel *u, int x)
{
  if (u==NULL) return 0;
  if (u->hodnota==x) return 1;
  if (x <= u->hodnota)
    return najdi(u->levy,x);
  else
    return najdi(u->pravy,x);
}
```

Hledání prvku nerekurzivně

- vrací 1, je-li hodnota nalezena

```
int hledej_nerek(Uzel *koren, int cislo)
{
  while(koren != NULL && koren->hodnota != cislo)
  {
    if (cislo < koren->hodnota)
      koren = koren -> levy;
    else
      koren = koren -> pravy;
  }
  if (koren == NULL) return 0;
  else return 1;
}
```

Vložení nového prvku

```
void pridej(TUzel **u, int x)
{
 if (*u == NULL)
 {
   *u = (TUzel*)malloc(sizeof(TUzel));
   (*u) -> hodnota = x;
   (*u) -> levy = NULL;
   (*u) -> pravy = NULL;
 }
 else
  if (x <= (*u)->hodnota)
    pridej(&((*u)->levy),x);
  else pridej(&((*u)->pravy),x);
}
```

Zrušení stromu

```
void zrus(TUzel *u)
{
  if (u==NULL) return;
  zrus(u->levy); zrus(u->pravy);
  free(u);
}
```

```
void main(void)
{
  TUzel *strom = NULL;

  pridej(&strom,10);
  pridej(&strom,5);
  pridej(&strom,7);
  pridej(&strom,2);
  pridej(&strom,12);
  pridej(&strom,11);
  najdi(strom,5);
  zrus(strom);
}
```

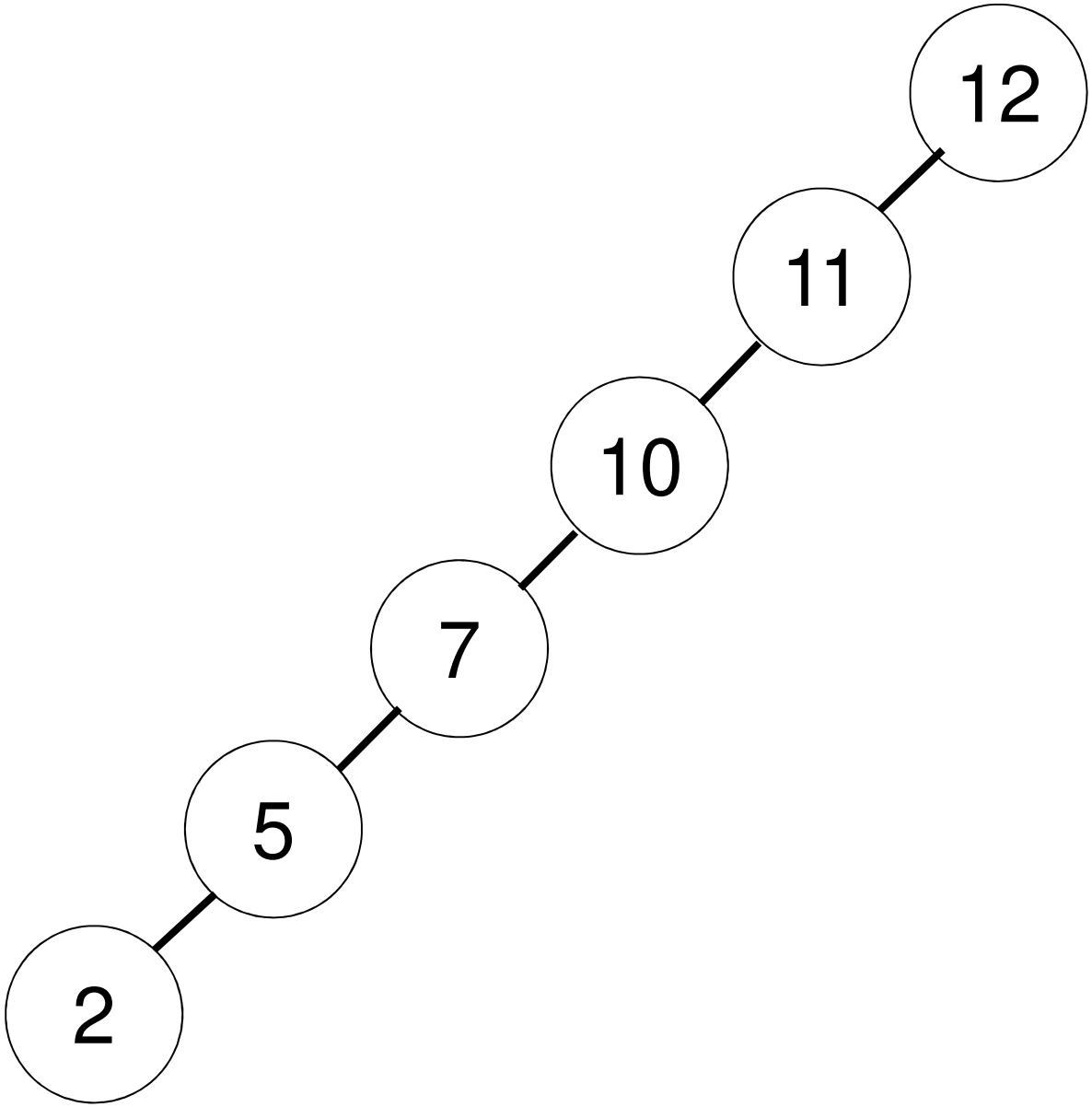
Jaký vznikne strom nyní?

```
void main(void)
{
  TUzel *strom = NULL;
  pridej(&strom,10);
  pridej(&strom,5);
  pridej(&strom,7);
  pridej(&strom,2);
  pridej(&strom,11);
  pridej(&strom,12);

}
```

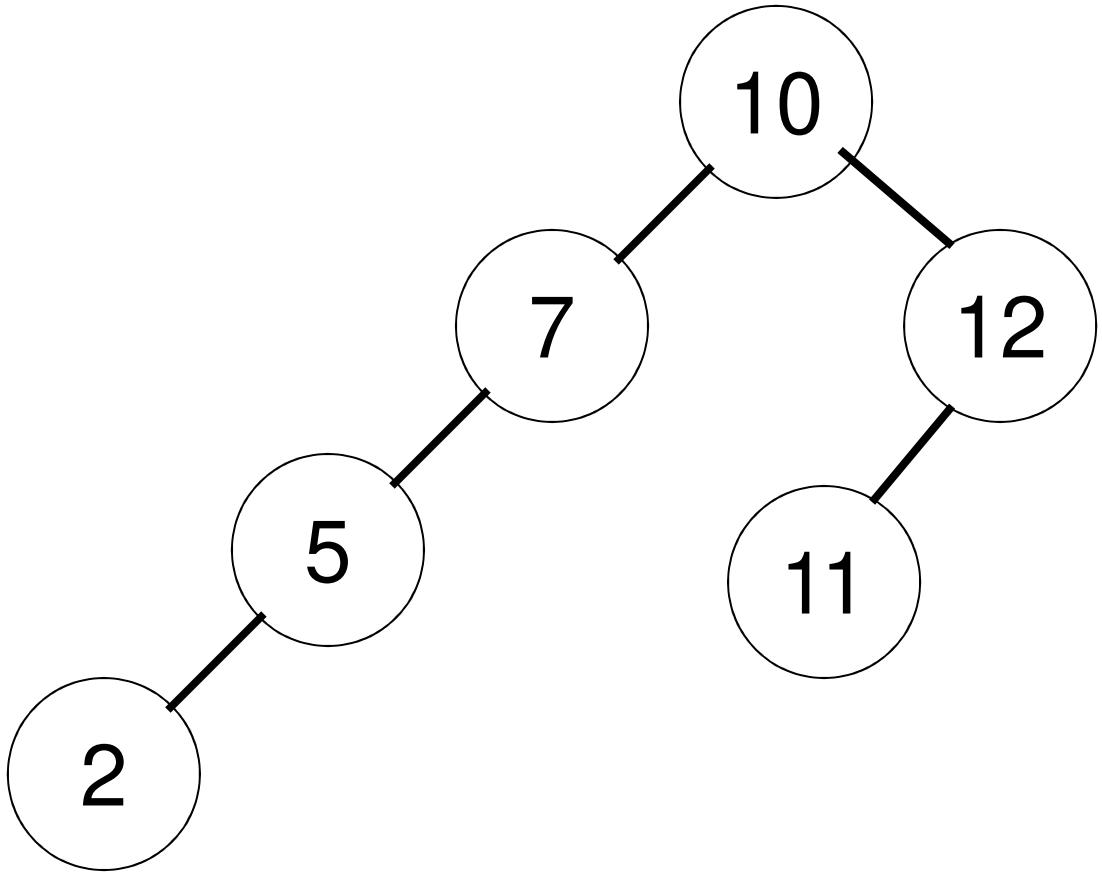
A nyní?

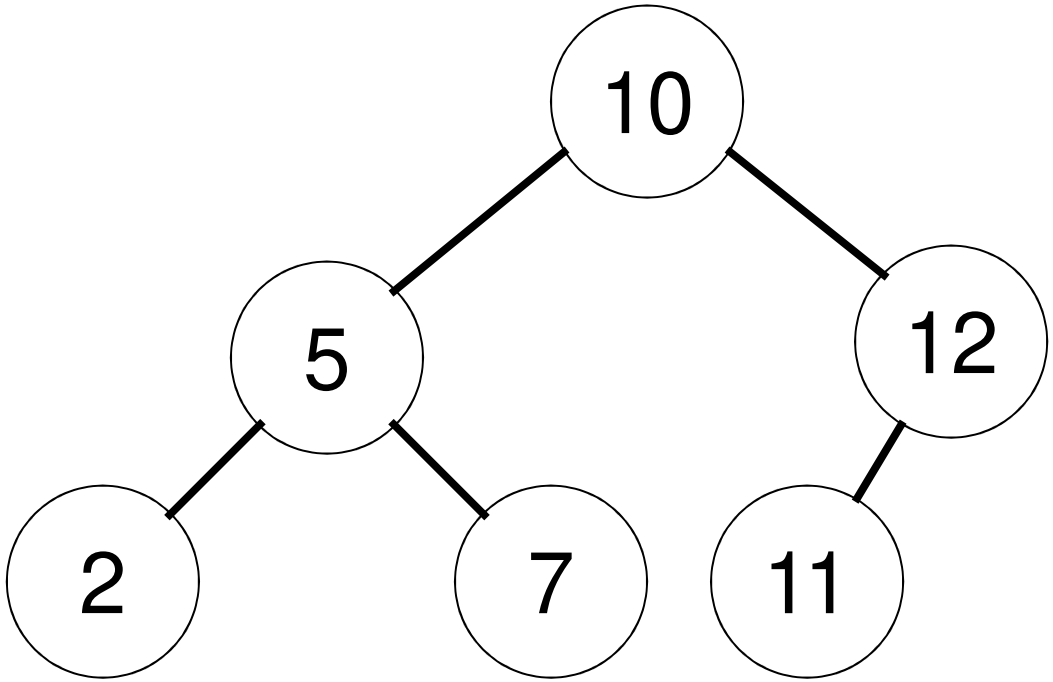
```
void main(void)
{
  TUzel *strom = NULL;
  pridej(&strom,12);
  pridej(&strom,11);
  pridej(&strom,10);
  pridej(&strom,7);
  pridej(&strom,5);
  pridej(&strom,2);

}
```

- strom degraduje na lineární seznam



Snaha je vytvořit vyvážený strom, kde výška levé a pravé větve se liší maximálně o 1. To musí platit pro libovolný podstrom. Pokud tomu tak není, strom se vyvažuje pomocí tzv. rotace uzlů.




10
5
12
2
7
11