

Číslo výsledku: CK01000043-V2

Název výsledku: Matematické modely pro zvyšování kvality veřejných dopravních služeb

Termín dodání výsledku: 12/2021

Předkladatelé výsledku:

za ČVUT v Praze:	za VŠB-TUO:
doc. Ing. Dušan Teichmann, Ph.D. – řešitel doc. Ing. Denisa Mocková, Ph.D. Ing. Bc. Pavel Edvard Vančura, Ph.D.	doc. Ing. Michal Dorda, Ph.D. – další řešitel doc. Ing. Ivana Olivková, Ph.D. Ing. Vojtěch Graf, Ph.D.

Kvalita veřejných dopravních služeb se posuzuje pomocí celé řady kritérií a standardů a k jejímu zvyšování dochází prostřednictvím celé řady opatření. V souladu s tématem řešeného projektu je kvalita poskytovaných služeb zvyšována prostřednictvím zkracování celkové doby přepravy. Ke zkracování celkové doby přepravy dochází prostřednictvím zkracování časových ztrát cestujících kteří nemají k dispozici přímý spoj mezi zdrojem a cílem jejich cesty a jsou tedy nuceni přestupovat.

V dalším textu bude uveden matematický model obousměrné síťové časové koordinace v přestupních uzlech.

Formulace (zadání) optimalizační úlohy

Je dána množina přestupních uzlů U . Pro každý uzel $u \in U$ je definována množina linek L_u , jejichž spoje mají být v uzlu $u \in U$ koordinovány. Dále je pro každou linku $i \in L_u$ definována množina směrů S_i , ve kterých jsou vedeny její spoje (v dalším textu předpokládáme, že se jedná o kyvadlové linky, tedy množiny směrů jsou pro všechny linky stejné – jsou dva, je tedy možno upustit od indexu v případě množin S_i a v dalším textu tedy pracovat pouze se zjednodušeným označením S).

Každý požadavek na koordinaci v řešené síti je definován uspořádanou šesticí $[u; i; l; j; s; f]$, kde $u \in U, i \in L_u$ a $j \in L_u, l \in S$ a $s \in S$. První číslo v uspořádané šestici identifikuje koordinační uzel, druhé číslo reprezentuje číslo linky a třetí číslo reprezentuje číslo směru, ze kterého je požadován přestup a čtvrté a páté číslo udává číslo linky a směru, do kterého je požadován přestup. Je logické, že musí platit, že $i \neq j$, protože koordinovat přestupy mezi spoji stejných linek není v praxi relevantní. V případě směrů však může platit, že $l = s$, neboť platí, že do stejných směrů přestup mezi různými linkami může být vyžadován. Poslední číslo v šestici reprezentuje počet cestujících přestupujících v uzlu $u \in U$ ze spoje linky $i \in L_u$ jedoucí ve směru $l \in S$ na spoje linky $j \in L_u$ jedoucí ve směru $s \in S$.

Pro každou linku $i \in L_u$, jejíž spoje obsluhují koordinační uzel $u \in U$ ve směru $l \in S$, je definována hodnota taktu (pravidelného časového intervalu mezi dvěma spoji stejné linky obsluhujícími trasu ve stejném směru) T_i a nejdříve možný čas obsluhy přestupního uzlu dvěma spoji dané linky t_{uil1} a t_{uil2} , přičemž platí $t_{uil2} = t_{uil1} + T_i$. Pro každou dvojici linek $i \in L_u$ a $j \in L_u$, kde $u \in U$, je definována hodnota minimální přestupní doby $t_{prest,ij}$ (předpokládá se, že hodnota minimální přestupní doby mezi spoji koordinovaných linek nezávisí na tom, o jakou dvojici spojů se jedná) a intenzita cestujících f_{uiljs} přestupujících (za zvolené časové období) ze spojů linky $i \in L_u$ jedoucích ve směru $l \in S$ na spoje linky $j \in L_u$ jedoucí ve směru $s \in S$. Úkolem je rozhodnout o časových posunech spojů linek v jednotlivých směrech koordinovaných v příslušných uzlech tak, aby posuny spojů jednotlivých linek jedoucích ve stejném směru byly jednotné (aby zůstaly zachovány hodnoty předepsaných taktů na linkách) a současně se minimalizovala celková časová ztráta (CCZ) všech přestupujících cestujících.

Za účelem zjednodušení matematického zápisu optimalizačního kritéria zavedeme nejdříve incidenční matici A , přičemž, je-li vyžadováno, aby v uzlu $u \in U$ vznikla koordinace mezi spoji linky $i \in L_u$ jedoucími ve směru $l \in S$ a spoji linky $j \in L_u$ jedoucími ve směru $s \in S$, potom $a_{uiljs} = 1$, v opačném případě $a_{uiljs} = 0$.

Za účelem modelování rozhodnutí dále zavedeme do optimalizační úlohy proměnné s následujícími významy a definičními obory, viz tab. č. 1.

Tab. č. 1: Seznam zavedených proměnných, charakteristika jejich významů a jejich definiční obory

Označení proměnné	Význam proměnné	Definiční obor proměnné
x_{il}	časový posun všech spojů linky $i \in L_u$ ve směru $l \in S$ počítaný od jejich nejdříve možných časových poloh	R_0^+
h_{uiljs}	časová ztráta každého cestujícího přestupujícího v uzlu $u \in U$ ze spoje linky $i \in L_u$ jedoucího ve směru $l \in S$ na nejbližší spoj linky $j \in L_u$ jedoucí ve směru $s \in S$	R_0^+
z_{uiljks}	pomocná proměnná modelující vznik přestupní vazby mezi prvním spojením linky $i \in L_u$ jedoucím ve směru $l \in S$ na nejbližší spoj $k \in \{1; 2\}$ linky $j \in L_u$ jedoucí ve směru $s \in S$ přes uzel $u \in U$	$\{0; 1\}$

Matematický model řešené úlohy bude mít tvar:

$$\min f(x, h, z) = \sum_{u \in U} \sum_{i \in L_u} \sum_{l \in S} \sum_{\substack{j \in L_u \\ j \neq i}} \sum_{s \in S} a_{uiljs} \cdot f_{uiljs} \cdot h_{uiljs} \quad (1)$$

za podmínek:

$$\begin{aligned} [t_{ujsk} + (k-1) \cdot T_j + x_{js}] - (t_{uil1} + x_{is}) &\geq M(z_{uiljks} - 1) && \text{pro } u \in U, i \in L_u, j \in L_u, \\ & && l \in S, s \in S, k \in \{1; 2\}, \quad (2) \\ & && a_{uiljs} = 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} [t_{ujsk} + (k-1) \cdot T_j + x_{js}] - (t_{uil1} + x_{is}) &\leq h_{uiljs} + \\ &+ M(1 - z_{uiljks}) && \text{pro } u \in U, i \in L_u, j \in L_u, \quad (3) \\ & && l \in S, s \in S, k \in \{1; 2\}, \\ & && a_{uiljs} = 1 \end{aligned}$$

$$\sum_{k \in \{1; 2\}} z_{uiljks} = 1 \quad \text{pro } u \in U, i \in L_u, j \in L_u, \quad (4)$$

$$x_{il} \leq a_{il} \quad \text{pro } i \in L_u \text{ a } l \in S \quad (5)$$

$$x_{il} \in R_0^+ \quad \text{pro } i \in L_u \text{ a } l \in S \quad (6)$$

$$h_{uiljs} \in R_0^+ \quad \text{pro } u \in U, i \in L_u, j \in L_u, \quad (7)$$

$$z_{uiljks} \in \{0; 1\} \quad \text{pro } u \in U, i \in L_u, j \in L_u, \quad (8)$$

Funkce (1) reprezentuje optimalizační kritérium – celkovou časovou ztrátu všech přestupujících cestujících. Skupina omezujících podmínek (2) zajistí, že v případě časové nepřipustnosti poloh spojů koordinovaných linek jedoucích v koordinaci dotčených směrech nevznikne přestupní vazba. Skupina omezujících podmínek (3) kvantifikuje časovou ztrátu přestupujícího cestujícího generovanou vznikem přestupní vazby. Skupina omezujících podmínek (4) zajistí tvorbu přestupních vazeb. Skupina omezujících podmínek (5) zajistí, že při případných časových posunech spojů generovaných za účelem snížení celkové časové ztráty nebudou překročeny jejich maximální hodnoty. Skupiny omezujících podmínek (6) – (8) vymezují definiční obory proměnných použitých v modelu.